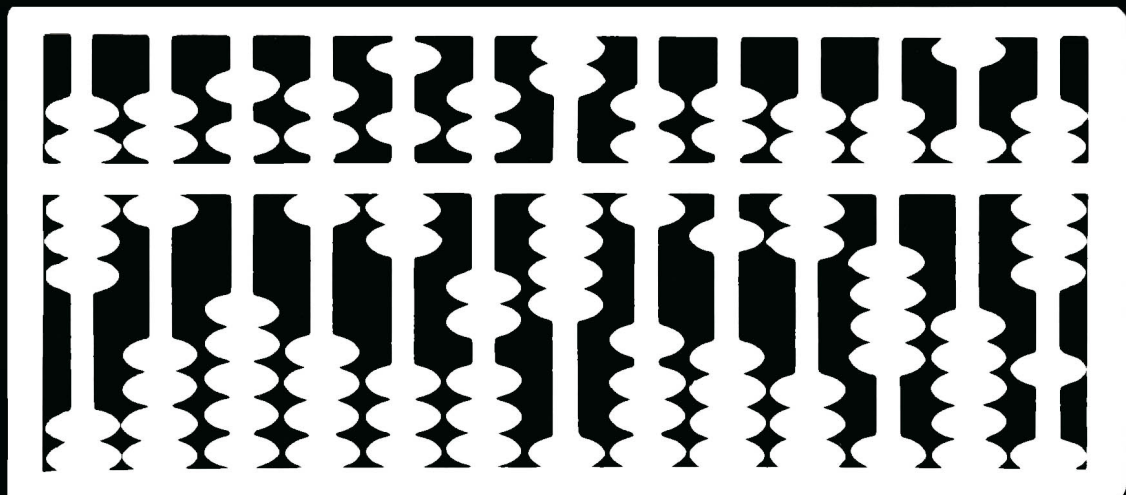


LA REVOLUCION EN LAS MATEMATICAS ESCOLARES

Publicación Original del
Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas
de los Estados Unidos de América

Departamento de Asuntos Científicos
Unión Panamericana · Secretaría General
Organización de los Estados Americanos



LA REVOLUCION EN LAS MATEMATICAS ESCOLARES

Publicación original del
Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas
de los Estados Unidos de América

Departamento de Asuntos Científicos,
Unión Panamericana
Secretaría General de la
Organización de los Estados Americanos

La Unión Panamericana agradece al Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas, Departamento de la Asociación Nacional de Educación de los Estados Unidos de América, su autorización para la traducción de este folleto

La presente traducción ha sido realizada en el Instituto de Matemáticas Puras y Aplicadas de la Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú, por el Profesor Gerardo Ramos, bajo la supervisión del Director del Instituto, Dr. José Tola

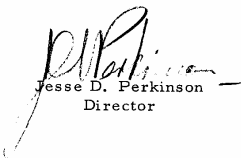
Editora: Sra. Eva V. Chesneau, Departamento de Asuntos Científicos

COLECCION DE MONOGRAFIAS

El Departamento de Asuntos Científicos de la Unión Panamericana inicia con "La Revolución en las Matemáticas Escolares" la publicación de una colección de monografías científicas sobre temas relacionados con las ciencias básicas.

Esta colección de monografías consistirá en cuatro series-- física, biología, matemática y química--las que presentarán temas científicos modernos que se encuentren en estado de desarrollo. Se espera que estas monografías sean de utilidad y encuentren acogida no solamente entre los hombres de ciencia dedicados activamente a la investigación especializada sino también entre aquellas personas dedicadas a la enseñanza de las ciencias tanto en la escuela secundaria como al nivel básico universitario que se interesen en adquirir informaciones sobre la materia.

Cada monografía estará redactada especialmente para esta colección por un especialista de reconocida autoridad y se publicará en el texto original cuando esté escrito en cualquiera de los idiomas oficiales de la Organización de los Estados Americanos.



Jesse D. Perkinson

Director

Primera edición, 1963.
Segunda edición, 1968.

PROLOGO

Este folleto es una traducción parcial de la publicación en inglés titulada "The Revolution in School Mathematics", aunque los fragmentos no traducidos representan una mínima parte de poco interés para los países de habla española.

El Consejo Nacional de Matemáticas con la ayuda financiera de la Fundación Nacional de Ciencias de los Estados Unidos, llevó a cabo en el otoño de 1961 una serie de Conferencias Regionales de Orientación en Matemáticas. Tales conferencias tenían por objeto informar a los funcionarios de las escuelas y a los supervisores de los cursos de matemáticas sobre los nuevos programas y asistirlos en el establecimiento de los mismos. Una versión editada y actualizada de las actas de estas conferencias se publicaron en el mencionado folleto en 1961.

Como consecuencia de la aparición de nuevos textos de matemáticas, redactados por grupos vanguardistas de matemáticos, maestros y especialistas en la enseñanza de esta ciencia, los Estados Unidos se encuentra hoy día en condiciones de mejorar rápidamente la educación matemática en sus escuelas. Llegado a este punto, falta sólo la divulgación de los progresos alcanzados, de manera que éstos puedan ser aprovechados por todos los centros educacionales. Son finalidades de la publicación original del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas dar a conocer los nuevos programas mejorados de matemáticas y los adelantos logrados con ellos.

Debido a que en diversos países latinoamericanos se realiza actualmente un esfuerzo diligente para mejorar la enseñanza de las matemáticas, sobre todo al nivel de la escuela secundaria, y debido también a que comienzan a aparecer en la lengua española diversas traducciones de nuevos textos estadounidenses, el presente folleto cobra actualidad y es de esperar que su traducción permita a un buen número de maestros y funcionarios aprovechar las experiencias ya adquiridas en los Estados Unidos.

A fin de conservar en lo posible la forma del folleto original, cuya plena vigencia se refiere a los Estados Unidos, se ha adoptado expresiones tales como "kindergarten", "escuela primaria" (grados 1° a 6°), "primer ciclo secundario" (grados 7° y 8°),

"escuela secundaria" (grados 7° a 12°), "colegio" (en el sentido de "college", es decir, como institución de nivel superior), etc. Siendo muy conocida en la América latina la organización de los estudios en los Estados Unidos, es de esperar que esto no ocasione dificultades en la lectura de esta traducción.

INDICE

Prólogo	v
1. El Progreso de las Matemáticas y su Efecto sobre las Escuelas, por G. Bailey Price	1
La revolución en las matemáticas. Las matemáticas y la revolución tecnológica. Una educación matemática adecuada a nuestro tiempo. Cuatro requisitos.	
2. La Campaña para Mejorar las Matemáticas Escolares, por Kenneth E. Brown	19
Los nuevos usos de las matemáticas. Apoyo financiero para el mejoramiento de los planes de estudio. Los programas mejorados de matemáticas. Semejanzas entre los nuevos programas. Efectos de los nuevos programas.	
VII	
3. Experiencias de Clase con los Nuevos Programas de Matemáticas	39
Extractos de las sesiones en las que los maestros presentaron sus puntos de vista en relación con los nuevos programas, sobre la base de las experiencias de clase. También se transcriben las opiniones, tanto favorables como desfavorables, de los estudiantes y de los padres de familia.	
4. Como Establecer un Nuevo Programa de Matemáticas en su Escuela, por W. Eugene Ferguson	49
Etapas de la realización. Inclusión de estudios superiores en la enseñanza secundaria. ¿Por qué hacer cambios?. ¿Es fácil enseñar matemáticas?. Cálculo de tiempo para efectuar los cambios.	

5. Preguntas y Respuestas	68
Los consultores de las conferencias responden a las preguntas en relación con: problemas administrativos; diferencias individuales en la aptitud para aprender; el plan de estudios de matemáticas; adiestramiento de los maestros--en servicio y previo al servicio; métodos de instrucción; evaluación y comparación.	
6. Sumario, por Frank B. Allen	96
Apéndice	99
Fuentes de información y textos.	

1

EL PROGRESO DE LAS MATEMATICAS Y SU EFECTO SOBRE LAS ESCUELAS

•G. Baley Price*

LA REVOLUCION EN LAS MATEMATICAS

Los cambios que están realizándose en las matemáticas son tan intensos, de tal alcance en sus consecuencias, y tan profundos, que la palabra revolución es la más adecuada para describirlos.

Primera Causa: La Investigación en las Matemáticas

Examinemos las causas de esta revolución. En primer lugar, se ha debido al formidable progreso logrado mediante la investigación matemática. Muchos se sorprenden al enterarse de que las matemáticas constituyen una disciplina viva, activa, y en continuo crecimiento; tienen la creencia de que Newton completó las matemáticas, que los cursos elementales de matemáticas y aún los superiores, no cambian jamás y que—en realidad—no existe ni la necesidad ni la oportunidad para cambiarlos. Es cierto que un teorema demostrado sigue siendo correcto, pero muchos teoremas, como los aeroplanos, llegan a ser inútiles cuando se descubren otros nuevos y mejores.

El siglo XX es la edad de oro de las matemáticas, pues se han creado en su transcurso, matemáticas más profundas y en mayor cantidad, que durante todo el resto de la historia. "Mathematical Reviews" es una revista internacional de resumen que publica breves síntesis de artículos de investigación y de libros; un resumen típico tiene de cinco a ocho centímetros de longitud, a una columna. A pesar de la brevedad de los resúmenes, el volumen de 1960 de "Mathematical Reviews" contiene 1652 páginas,

*El Profesor Price es Jefe del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Kansas, en Lawrence, Kansas. En la época de las conferencias era Secretario Ejecutivo de la Comisión de Ciencias Matemáticas de la Conferencia, y durante el período 1961-1962 continuará destinando parte de su tiempo a este cargo.

a doble columna, y se estima que el volumen de 1961 tendrá 2400 páginas. En este siglo han tenido lugar la introducción y el desarrollo intenso de algunos temas de matemáticas puras tales como el álgebra abstracta, la topología, la teoría de la medida, las teorías generales de la integración y el análisis funcional, incluyendo la teoría de los espacios de Hilbert. Estos temas no se enseñaron extensamente, aún en los mejores departamentos para estudios graduados en matemáticas, hasta después de 1930; como consecuencia, muchos miembros de la pasada generación de matemáticos, en los Estados Unidos, no cursaron estudios en estos nuevos temas cuando realizaron su adiestramiento universitario. Como hoy es imposible ser matemático sin tener conocimiento de ellos y su constante desarrollo, el matemático universitario se ha visto obligado a "continuar su preparación" durante toda su carrera. Estaría fuera de lugar analizar aquí los detalles de los nuevos temas de estudio mencionados; basta decir que los cambios introducidos en las matemáticas por las investigaciones modernas son tan profundos como los introducidos en la química, la física y la biología.

2

Hay otros campos de las matemáticas, más vinculados a las aplicaciones que los mencionados anteriormente, los cuales han experimentado un rápido desarrollo. El cálculo de las probabilidades y la estadística se estudian no solamente como fines en sí mismos sino también por sus numerosas e importantes aplicaciones en las ciencias físicas, biológicas y sociales, así como en la ingeniería. Es testimonio del reciente desarrollo de estos campos el que no se haya organizado sino hasta 1935 el Instituto de Estadística Matemática. La teoría de los juegos es una teoría matemática de los juegos de estrategia; su historia data esencialmente de 1944 cuando John von Neumann y Oskar Morgenstern publicaron su "Teoría de Juegos y Comportamiento Económico" ("Theory of Games and Economic Behavior"). Como lo indica el título del libro, la teoría de los juegos se ha desarrollado no sólo por su interés matemático sino también como modelo matemático que permite explicar y comprender las fuerzas económicas y su comportamiento. Se acostumbra señalar el año 1948 como comienzo de la programación lineal, que ha resultado una herramienta importante para la administración más eficaz de las operaciones industriales y gubernamentales que se realizan en grande escala. La investigación operacional se introdujo en Inglaterra y en los Estados Unidos para ayudar a sus esfuerzos bélicos durante la segunda guerra mundial; después de la guerra, muchas firmas industriales emplearon los métodos de la investigación operacional esforzándose por hacer sus operaciones más efectivas y productivas. La investigación operacional emplea muchas técnicas matemáticas y estadísticas. Después de la segunda

guerra mundial se organizó la Sociedad para la Investigación Operacional de América ("Operations Research Society of America") la que convoca varias asambleas nacionales por año. El control de la calidad se refiere a las técnicas que aseguran un control eficaz de la calidad en los procesos de manufactura en grande escala. Por ejemplo, máquinas automáticas hacen millones de bombillas eléctricas; ¿qué medidas debe tomar el fabricante para asegurar que la calidad permanece a niveles especificados? Hay tantas bombillas eléctricas (y lo mismo pasa con los demás productos fabricados en serie) que no es económicamente viable probar cada una. Además, una prueba completa de una bombilla eléctrica (y esto ocurre con diversos artículos manufacturados) es una prueba destructora, y sólo se pueden vender aquellas que no han sido probadas. El control de la calidad emplea una gran variedad de técnicas estadísticas. La historia del tema data de 1929 cuando Walter A. Shewart, de la Bell Telephone Laboratories publicó un libro titulado "Control Económico de la Calidad de los Productos Manufacturados" ("Economic Control of Quality of Manufactured Product"), pero los métodos y las técnicas de control de calidad no fueron empleados ampliamente, hasta que surgieron por la demanda de necesidades de la segunda guerra mundial. El campo tiene ahora su propia organización profesional, la Sociedad Americana para el Control de la Calidad ("American Society for Quality Control"), organizada poco después de la segunda guerra mundial y que cuenta actualmente con más de 12.000 miembros.

3

Segunda Causa: La Automatización

Volvamos a nuestra pregunta original: ¿Cuál es la causa de la revolución en las matemáticas? He dicho que esta revolución se debió ante todo a los avances que resultaron de la investigación matemática. En segundo lugar, fue determinada por la revolución que trajo consigo la automatización que consiste en la introducción de máquinas que controlan a otras máquinas, y de las consecuencias del uso de tales máquinas. En todas partes abundan ejemplos de la automatización. Un ejemplo simple pero impresionante es el del marcado de cifras en los teléfonos de larga distancia, lo cual es tan común en la vida diaria que frecuentemente pasa desapercibido. El piloto automático que dirige el vuelo de los aeroplanos a retropropulsión es otro ejemplo de automatización. Otro ejemplo más es dado por los proyectiles teleguiados. Se necesitan calculadoras y mecanismos de control complicados para lanzar un proyectil de su plataforma de lanzamiento así como para colocarlo en órbita. Finalmente un ejemplo más es el de las máquinas de calcular que han sido programadas para controlar máquinas fresadoras que cortan objetos

tridimensionales de forma complicada, en madera o en metal.

La revolución de la automatización ha influido en la revolución de las matemáticas de dos maneras. En primer lugar, ha hecho posible la construcción y funcionamiento de máquinas de enorme tamaño, complejidad y costo, creando así la necesidad del diseño y desarrollo de tales máquinas. Hasta hace relativamente pocos años, la mayor parte de los problemas de diseño y desarrollo podían resolverse mediante procedimientos experimentales simples. Escuché en una oportunidad a Charles F. Kettering, ex-director de investigaciones de la General Motors Corporation, explicar cómo se mejora el diseño de un anillo para pistón. Describía un procedimiento experimental tan simple como éste: "Háganse varios cientos de anillos de pistón", decía, "utilizando diferentes combinaciones de forma, metales, acabados y tratamientos térmicos. Luego móntense todos ellos en máquinas y háganse funcionar. El anillo que funciona mejor es el que tiene el diseño deseado".

4

Estoy seguro de que el señor Kettering tenía una conciencia clara de la importancia de las matemáticas y de otros procedimientos analíticos, pero los procedimientos experimentales simples que él sugería eran indudablemente muy útiles en el diseño y desarrollo de un elemento tan pequeño y simple como lo es un anillo para pistón. Pero el problema típico de hoy no se refiere a anillos de pistón, sino más bien a algo del tamaño, complejidad y costo del aeroplano B-70. Este aeroplano se fabricará de acero inoxidable, su longitud será de aproximadamente 61 metros; su radio de acción de unos once mil kilómetros y volará a 3200 kilómetros por hora, a una altura de veintiún mil metros. Podrá transportar en sus depósitos de diez metros, suficientes bombas nucleares como para borrar una nación pequeña del mapa. Originalmente el programa del B-70 preveía 162 aparatos al costo de diez mil millones de dólares, cifra que el Subcomité de Preparación Militar en Tiempo de Paz del Senado consideró como irrealistamente baja¹. El método experimental indicado por el señor Kettering habría sugerido que se construyeran cien de los aeroplanos propuestos, utilizando diferentes combinaciones de tipos de alas, formas de fuselajes, tipos de máquinas y montajes, y sistemas de control. Este método de abordar el

¹Un artículo titulado "Programa para el B-70 en la etapa humorística" del New York Times del 12 de febrero de 1961, contiene la siguiente observación: "Maravilla o disparate, se han gastado más de 797.300.000 dólares hasta ahora, y el único producto tangible es un artefacto de madera, metal y plástico que parece un producto híbrido entre un aeroplano y una nave espacial".

problema habría sido absurdo. Ningún piloto de prueba volaría en un aeroplano que hubiera sido construido de esta manera. Todos saben que el diseño y construcción de un aeroplano de este tipo requiere que el análisis--gran parte de él matemático--se efectúe de tal manera que el primer aeroplano construido vuele y se comporte básicamente según las especificaciones.

Pero la revolución causada por la automatización ha influido en la revolución de las matemáticas de otra manera. No solamente ha creado la necesidad de resolver problemas complicados de diseño y desarrollo, sino que ha contribuido con una herramienta importante para la solución de los mismos. Esta herramienta es tan valiosa que merecería señalarse como la tercera causa de la revolución en las matemáticas.

Tercera Causa: Las Calculadoras Digitales Automáticas

La introducción de las grandes calculadoras digitales automáticas de alta velocidad es la tercera causa de la revolución en las matemáticas. Estas calculadoras han permitido asociar las teorías matemáticas con las máquinas calculadoras para obtener informaciones requeridas por físicos, ingenieros y otros profesionales.

Ilustraremos con un ejemplo el cambio en nuestra habilidad para calcular. Hace unos 100 años, un inglés llamado William Shanks, calculó π con 707 cifras decimales. Trabajando con lápiz y papel, dedicó veinte años a efectuar dicho cálculo. En 1949, sin embargo, la máquina de calcular conocida como la ENIAC calculó π , con más de 2000 cifras decimales, en 70 horas. Además, los cálculos modernos de π han demostrado que Shanks cometió un error en el dígito del lugar 528°. Algúntiempo después de 1949, otra máquina calculó π con más de 3000 cifras decimales en 13 minutos. Más tarde aún, una máquina más pequeña determinó π con 10000 cifras decimales; después de publicarse el resultado en 1957 se descubrió que la máquina había cometido un error en el dígito del 7480° lugar. Para 1960 se había calculado correctamente π , con 10000 cifras decimales, tantas veces, que la historia no registra todas ellas.

La importancia de las calculadoras electrónicas digitales reside no en el hecho de que se puedan efectuar ciertos cálculos más rápidamente que antes, sino más bien en que los cálculos, que antes eran absolutamente imposibles, pueden ahora hacerse en forma rápida y efectiva. Consideremos nuevamente el lanzamiento de un proyectil teleguiado. La máquina calculadora permanece en tierra mientras el radar le suministra información

sobre el vuelo del proyectil. La máquina efectúa los cálculos necesarios y mediante una guía de radar mueve los controles del proyectil. El vuelo del proyectil admite alteraciones solamente durante el período en que la máquina está en operación, período que usualmente no es mayor de dos o tres minutos. Ningún grupo de calculadores humanos podría recibir los datos, hacer los cálculos necesarios, y transmitir los resultados de vuelta al proyectil en tan pocos segundos. La calculadora digital electrónica trata el problema con facilidad.

LAS MATEMATICAS Y LA REVOLUCION TECNOLOGICA

La revolución tecnológica actualmente en progreso urge que se enseñen nuevas matemáticas en nuestras escuelas, que se traslade el énfasis a la enseñanza de muchos temas que se incluyen ya en nuestros cursos de matemáticas, y que se aumente la producción de matemáticos y maestros de matemáticas.

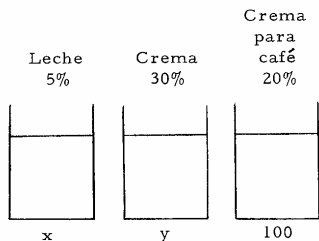
Se Necesitan Nuevas Matemáticas

6

He aquí varios ejemplos que ilustrarán los cambios en las necesidades nacionales referentes a matemáticas, y en la naturaleza de los cursos de matemáticas que se enseñan en nuestras escuelas. En 1850 casi nadie se dedicaba a la investigación. El hombre común sólo necesitaba saber efectuar cálculos simples y resolver problemas fáciles de mediciones. La contabilidad necesitaba el conocimiento de las cuatro operaciones de la aritmética: adición, sustracción, multiplicación y división. Los problemas de mediciones habituales en 1850 se referían a la determinación del número de hectáreas de un campo, del número de cuerdas de una pila de leña, y del número de litros de granos de un depósito. Los cursos de aritmética en las escuelas públicas trataban todos estos tópicos.

A comienzos del siglo XX aparecieron nuevas tendencias o necesidades de matemáticas. Describiré una que resulta de dos avances en la tecnología lechera. El primer avance ha sido la invención y generalización del separador de crema, una máquina que separa la leche en crema y leche descremada; y el segundo ha sido el desarrollo de una prueba simple para la determinación del porcentaje de mantequilla en una muestra de leche o crema. Dados el separador de crema y la prueba de la mantequilla, se puede ilustrar un problema común para el lechero: ¿Cuántos kilogramos de leche, con el 5% de mantequilla, y

cuántos kilogramos de crema con el 30% de mantequilla, deben mezclarse para obtener cien kilogramos de crema para café que



contenga el 20% de mantequilla?. Señalemos con x e y respectivamente los números de kilogramos requeridos. Entonces:

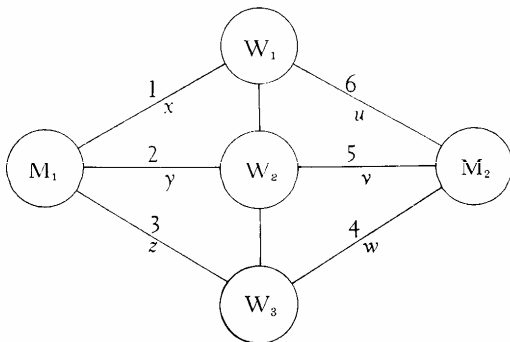
$$x + y = 100,$$

$$0,50x + 0,30y = 20.$$

Este problema conduce a la resolución de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Durante muchos años el álgebra escolar ha comprendido la resolución de sistemas de este tipo.

7

Consideremos ahora un problema simple de programación lineal. Cierta fabricante tiene tres almacenes, W_1 , W_2 y W_3 que contienen, respectivamente, 100, 200 y 100 toneladas del



producto que fabrica. El fabricante recibe del mercado M_1 un pedido por 125 toneladas del producto y del mercado M_2 recibe otro pedido por 225 toneladas. Los precios de los fletes, partiendo de los almacenes W_1 , W_2 y W_3 , al mercado M_1 son 1, 2 y 3 dólares por tonelada respectivamente, mientras que partiendo de los mismos almacenes al mercado M_2 son 6, 5 y 4 dólares por tonelada respectivamente. ¿Cuántas toneladas de cada almacén debe enviar el fabricante a cada mercado a fin de atender los dos pedidos?.

Sean x , y y z los números de toneladas que se envían a M_1 , desde W_1 , W_2 , W_3 , respectivamente; y u , v y w , los números de toneladas que se envían a M_2 desde W_1 , W_2 , W_3 , respectivamente. Según el enunciado del problema, obtenemos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 125, \\u + v + w &= 225, \\x + u &\leq 100, \\y + v &\leq 200, \\z + w &\leq 100.\end{aligned}$$

Finalmente, si C denota el flete total del envío, entonces:

8

$$C = x + 2y + 3z + 6u + 5v + 4w.$$

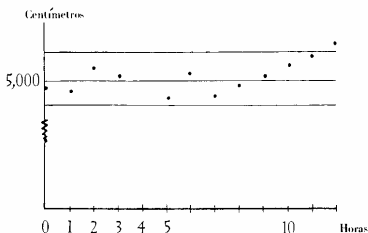
El problema se resuelve determinando los valores de x , y , z , u , v y w , que satisfacen las cinco relaciones y que hacen mínimo el valor de C .

Los problemas de este tipo tienen mucha importancia práctica en los negocios, en la industria y en la administración pública. En la industria petrolera surgen muchos ejemplos. Una compañía petrolera tiene a menudo varias fuentes de petróleo crudo, varias refinerías, múltiples lugares de almacenamiento y mercados muy dispersos. Se encuentran problemas con muchas incógnitas, y es necesario inventar métodos para resolverlos utilizando grandes máquinas de calcular.

Este problema de programación lineal involucra consideraciones sobre tópicos que hasta hoy no se enseñan en los cursos de matemáticas de nuestras escuelas secundarias. En estos cursos se han tratado las ecuaciones lineales pero no las inecuaciones lineales. El estudio de toda clase de desigualdades es uno de los nuevos temas que se incluyen en los nuevos programas de matemáticas de la escuela secundaria.

Consideremos ahora otro problema. Un fabricante recibe

un pedido por 100.000 barras redondas de cinco centímetros de diámetro. Sin embargo, el comprador sabe que no es factible económicamente fabricar barras redondas cuyo diámetro sea exactamente de 5,000 centímetros; de acuerdo con esto especifica en su pedido que aceptará barras redondas cuyo diámetro varíe entre 4,995 y 5,005 centímetros. El fabricante sabe que mien-



tras no puede hacer con su torno las barras de exactamente 5,000 centímetros de diámetro, puede en cambio fabricar con éxito con el mismo torno barras cuyo diámetro esté comprendido entre 4,995 y 5,005 centímetros. No obstante, cuando la cuchilla pierde su filo o el torno se descalibra, las barras fabricadas tienen un diámetro fuera de las tolerancias especificadas. Como consecuencia, el fabricante llega a la conclusión de que debe establecer un procedimiento de control de la calidad para ayudarse a mantenerla dentro de las especificaciones. Un procedimiento típico consiste en tomar al azar una muestra de cinco barras cada hora, a fin de medir los diámetros, calcular su promedio y los puntos correspondientes en un gráfico para control de la calidad. Si el promedio está dentro de ciertos límites establecidos para el torno, el proceso de fabricación continúa; en cambio, si el promedio excede esos límites se detiene el torno hasta ponerlo nuevamente en condiciones de trabajo adecuadas.

El procedimiento de control de la calidad descrito es sumamente simple, pero las matemáticas necesarias para el establecimiento de las tolerancias y para la justificación del procedimiento, hacen uso de resultados muy profundos de la teoría de la probabilidad. En el pasado, no se incluía el estudio de las probabilidades ni de la inferencia estadística en los cursos de matemáticas de las escuelas secundarias. Sin embargo, la Comisión de Matemáticas consideró el tema tan importante que ha escrito un libro de texto sobre probabilidad e inferencia estadística, destinado a un curso del segundo semestre del duodécimo

grado de estudios secundarios. Además, se destinará a las probabilidades y a la inferencia estadística, el segundo semestre de las Matemáticas Contemporáneas--el curso de matemáticas del Aula Continental--en parte por la importancia del tema para los maestros de secundaria, pero más aún por su importancia para muchas personas del público en general.

Otro ejemplo ilustrará más ampliamente aún la importancia del cálculo de probabilidades y de la estadística en los problemas diarios de la nación. Como se indicó anteriormente, la contabilidad utilizaba en el pasado las cuatro operaciones fundamentales de la aritmética, sin embargo hay indicios claros de que la contabilidad del futuro necesitará de aplicaciones importantes de las probabilidades y de la estadística.

10 Consideremos, por ejemplo, las compañías telefónicas. Una llamada telefónica a larga distancia de Nueva York a San Francisco, utilizará las líneas de varias compañías, y cada una de ellas debe recibir una parte de las ganancias. Hay, sin duda, millones de esas llamadas por mes. La determinación del monto exacto de la utilidad de cada compañía exige solamente las cuatro operaciones de la aritmética, pero el volumen necesario de trabajo para efectuar los cálculos es enorme. Actualmente las compañías telefónicas investigan la posibilidad de utilizar la teoría del muestreo para resolver este problema; la Ohio Public Utilities Commission recibió en setiembre de 1960, declaraciones referentes a muestreos para dividir ganancias entre las compañías Ohio Bell y la General Telephone, que operan en varias regiones del estado de Ohio. Es claro que la cantidad total de trabajo necesario para llevar la contabilidad puede reducirse mucho si se divide la utilidad total en la misma razón que la obtenida en una muestra pequeña de llamadas. Sin embargo, esto da lugar a importantes problemas matemáticos y legales. ¿Cuál debería ser la magnitud de la muestra para asegurarse de que el ingreso total se reparte equitativamente dentro de ciertos límites?. ¿Aceptarán los accionistas dividendos obtenidos a partir de ingresos calculados mediante muestreo?. ¿Aceptará la Oficina de Recaudación de Impuestos el pago de los mismos sobre la base de ingresos obtenidos por tales métodos?.

Se pronostica sin reserva que en un futuro próximo, los métodos de la teoría del muestreo, basados en las probabilidades y en la inferencia estadística, se difundirán ampliamente en los procesos contables. Todo esto pone de manifiesto una vez más la importancia de las probabilidades y de la estadística para el público en general, así como la importancia de la introducción de un curso referente a estos temas en los programas de la enseñanza secundaria.

Se Requiere un Cambio de Énfasis en las Matemáticas Antiguas

Hasta ahora he insistido en la importancia de los nuevos avances logrados en las matemáticas. Sin embargo, sería erróneo creer que las únicas partes importantes de las matemáticas son aquéllas descubiertas y desarrolladas recientemente. Muchos temas antiguos son aún sumamente importantes y debemos continuar enseñándolos. No obstante, a menudo debe hacerse hincapié en un aspecto diferente del tema y hacerse un esfuerzo para enseñar el tópico de manera que el estudiante lo comprenda más a fondo. La enseñanza de la trigonometría y de los logaritmos son dos ejemplos. La trigonometría llegó a formar parte de los programas del colegio ("college") hace unos 300 años, cuando las colonias americanas se encontraban en las costas del Atlántico. En la mayor parte de los casos, los graduados de las universidades llegaban a ser marinos, agrimensores o clérigos. Los marinos necesitaban la trigonometría para la navegación; los agrimensores la necesitaban para situar las granjas y ciudades del nuevo continente, y los clérigos necesitaban la trigonometría para la astronomía y el cálculo de la fecha de Pascua. En esta primera época, la trigonometría era la disciplina más importante de las matemáticas aplicadas y la resolución de triángulos era su aspecto más destacado.

11

En la actualidad la parte de la trigonometría que estudia las propiedades de las funciones trigonométricas es más importante que la dedicada a la resolución de triángulos. Las ondas de radio y el radar han facilitado la navegación; el país ha sido triangulado y muy pocas personas, aun entre los ingenieros, estudian agrimensura; además, nuestros observatorios calculan ahora la fecha de Pascua. Sin embargo, las funciones trigonométricas tienen muchas aplicaciones importantes, por ejemplo, en la ingeniería eléctrica, y la trigonometría constituye todavía el tópico importante de las matemáticas aplicadas en lo referente a la trigonometría analítica más que a la resolución de triángulos.

Los logaritmos se introdujeron hace unos 300 años y su enseñanza se ha difundido ampliamente por tratarse de una herramienta importante para el cálculo; pero hoy los logaritmos no son ya importantes para efectuar cálculos; los cálculos pequeños se hacen con máquinas de oficina y los grandes se efectúan con calculadoras electrónicas digitales. ¿Debemos dejar de enseñar los lagaritmos?. De ninguna manera, pero el interés de su estudio debe desplazarse de su uso como herramienta de cálculo al análisis de las propiedades de la función logarítmica.

Consideremos un ejemplo final. Es un problema de gran importancia en nuestros días, el estudio del flujo de calor y de la

distribución de las temperaturas en un cuerpo sólido. Ya el matemático francés Jean Fourier había estudiado ampliamente el problema en el siglo XIX. En esa época, los descubrimientos de Fourier tuvieron pocas aplicaciones prácticas, pero hoy tienen muchas aplicaciones de la mayor importancia. En el diseño de toda planta térmica, de todo sistema de aire acondicionado y de toda central nucleoelectrónica aparecen muchos problemas relativos al flujo del calor. El estudio del flujo del calor iniciado por Fourier, y los problemas matemáticos que han derivado de este problema original, han influido poderosamente en el desarrollo de las matemáticas modernas. Algunos de los cambios que se están haciendo en el estudio de las matemáticas de la escuela secundaria están destinados a proporcionar una mejor base para el estudio de algunos problemas antiguos de las matemáticas y de sus aspectos modernos. El estudio del flujo de calor es un problema avanzado que no se puede abordar en la escuela secundaria; no obstante es importante desarrollar los puntos de vista y establecer los cimientos que permitan al estudiante comprender los problemas antiguos y los métodos nuevos que se han desarrollado para resolverlos.

Se Necesitan Más Matemáticos

12

Como resultado de la revolución ocurrida en las matemáticas, existe una demanda sin precedentes de matemáticos y de maestros de matemáticas. Es imposible prever el momento en que se ha de satisfacer esa demanda, que constituye sólo una parte de la demanda aún mayor de personal bien preparado en todos los campos. Ella representa un desarrollo a largo plazo de nuestra civilización que depende, cada vez más, de los avances científicos y técnicos. El aumento a largo plazo en la demanda de personal bien preparado se mantuvo oculto primero por la depresión económica de 1930 y luego por las dislocaciones causadas por la segunda guerra mundial. La conciencia de la nueva situación se hizo evidente a la nación en forma súbita en el año 1950, mucho tiempo después de que los esfuerzos para resolverla debieron haberse iniciado.

El Informe Rockefeller sobre Educación, titulado "La Búsqueda de la Excelencia" ("The Pursuit of Excellence"), relata la revolución de la automatización, el incremento a largo plazo en la demanda de personal especializado que la acompaña y de la crisis que confronta la nación. En la siguiente tabla² se puede ver que

² Tomada de "La Búsqueda de la Excelencia: La Educación y el Futuro de América" (The Pursuit of Excellence: Education and the Future of America) 1958, derechos reservados por the Rockefeller Bros. Fund, Inc. (según aparece en "Prospect of America", pág. 346, 1961). Reimpreso con permiso de Doubleday & Company.

el porcentaje de fuerza laboral destinado a ocupaciones que requieren adiestramiento especial ha aumentado de 32,8 por ciento en 1910 a 47,6 por ciento, en 1957.

Distribución de la Fuerza Laboral según Ocupaciones
(Habilidades y ocupaciones especiales como porcentaje de la fuerza laboral)

	1910	1957
Trabajadores profesionales y técnicos	4,4%	9,9%
Propietarios, gerentes y funcionarios, excluyendo los agricultores	6,5	10,3
Empleados de oficinas	10,2	14,1
Trabajadores especializados y capataces	<u>11,7</u>	<u>13,3</u>
Total	32,8%	47,6%

En los párrafos siguientes, el Informe Rockefeller sobre Educación insiste en la crisis que presenta la educación científica.³

"Aunque no podemos analizar en detalle cada uno de los campos de estudio, es importante decir algunas palabras sobre la educación científica. Las reacciones del público frente a este tema han sido tan intensas y diversas que no ha resultado fácil para el ciudadano informado el apreciar los temas en discusión. La manera más simple de evitar confusiones consiste en tener firmemente presentes unas pocas ideas básicas.

13

En primer lugar, la crisis de nuestra educación científica no es una invención de los diarios, o de los científicos, o del Pentágono. Se trata de una crisis real.

En segundo lugar, la Unión Soviética no es la "causa" de la crisis. La causa de la crisis es nuestro vertiginoso movimiento hacia una nueva era tecnológica. La Unión Soviética ha servido como rudo estímulo que nos ha despertado a la realidad.

El fondo del problema está en que nos movemos con velocidad temeraria hacia una nueva fase de la larga lucha del hombre por controlar su medio ambiente, fase

³ Ibid., pág. 368.

en comparación de la cual la revolución industrial puede parecer una alteración modesta de los quehaceres humanos...".

¿Hasta qué punto está afrontando bien nuestro sistema educacional las demandas que se nos han impuesto?. El Informe Rockefeller sobre Educación responde así:⁴

"La pregunta decisiva no se refiere a si hemos hecho bien o a si estamos mejorando lo hecho en el pasado, sino a si estamos afrontando las duras exigencias y las oportunidades sin paralelo de nuestro tiempo. La respuesta es: "no".

UNA EDUCACION MATEMATICA ADECUADA A NUESTRO TIEMPO

Es claro lo que esta crisis implica para nuestras escuelas. Debemos proseguir cualquier esfuerzo que sea necesario para garantizar que la educación impartida por nuestras escuelas--y en particular la educación matemática--sea adecuada a las necesidades de nuestros tiempos. Indicaré ahora algunos de los componentes de la educación matemática adecuada a nuestro tiempo.

14

Contenido Apropriado de los Cursos

Un primer componente consiste en cursos de matemáticas, con contenido matemático apropiado. Muchos de los tópicos en los nuevos cursos son considerados como matemáticas antiguas, pero se presentan de tal manera que permiten al estudiante alcanzar gran comprensión y visión profundas del tema. El álgebra, un tema antiguo, es uno de los tópicos centrales de los nuevos cursos. El álgebra ha sido presentada tradicionalmente como una colección de reglas que conducen a la respuesta del problema, las demostraciones se reservaban exclusivamente para la geometría. En los cursos nuevos, el álgebra se enseñará de manera que se ponga en evidencia su estructura, es decir, su carácter deductivo. Muchos de los tópicos tratados en los cursos con contenido matemático apropiado se refieren a temas completamente nuevos para los programas de educación secundaria. Por ejemplo, ahora aparece un capítulo sobre vectores en los cursos de matemáticas para el undécimo grado. Los vectores constituyen un tema apropiado, no sólo porque forman una nueva

⁴Ibid, pág. 362.

e interesante estructura matemática, sino también, porque tienen aplicaciones importantes a la física y a la ingeniería. Otro tópico nuevo en los programas de segunda enseñanza es el que se refiere al cálculo de probabilidades y a la estadística. Ya he mencionado el texto destinado a un curso semestral sobre este tema para el duodécimo grado. Este curso se ha dictado en algunas escuelas secundarias y en todas ellas ha sido un éxito inmediato. Los ingenieros, entre otros, exigen que sus estudiantes tengan un conocimiento cada vez mayor de las probabilidades, la estadística, y sus aplicaciones. La teoría de las matrices es un ejemplo final de un nuevo capítulo de las matemáticas introducido en el programa de la escuela secundaria. Las matrices son relativamente nuevas en las matemáticas, teniendo alrededor de un siglo de existencia, y son ejemplo de un nuevo tipo importante de estructura algebraica; su estudio constituye una nueva herramienta de gran importancia y eficacia en muchos campos de aplicación de las matemáticas.

Maestros Capacitados

El segundo componente de una educación matemática adecuada a nuestros tiempos se refiere a los maestros bien preparados. Un maestro debe saber muchas matemáticas a fin de ser un maestro satisfactorio de matemáticas escolares. Los superintendentes y directores de escuelas deben darse cuenta de que ha pasado la época en que si había un maestro cualquiera con la perspectiva de tener un período de clase libre, se le encargaba el dictado de cursos de matemáticas. Muchos de nuestros estudiantes de secundaria deben alcanzar ahora un nivel de conocimientos que era de esperar en estudiantes del segundo año del colegio hace sólo 15 o 20 años.

El maestro competente debe conocer las matemáticas y además debe enseñar el tema con interés y entusiasmo. Los maestros de matemáticas de educación secundaria deben enseñar los elementos del álgebra, de la geometría y de la trigonometría, pero además deben preservar y fortalecer el interés y entusiasmo innatos del estudiante por las matemáticas. Deben hacer el tema interesante y atractivo de manera que los alumnos continúen estudiándolo con entusiasmo. Un maestro que teme y detesta las matemáticas no enseñará muchas matemáticas a sus alumnos, y además transmitirá pronto su temor y aversión a muchos de ellos. Tal maestro originará frecuentemente en sus alumnos un temor y antipatía permanentes hacia las matemáticas, de manera que éstos abandonarán el estudio del tema en la primera oportunidad. Una de las mejores maneras de atraer a los estudiantes hacia el estudio de las matemáticas es conocer y gustar de las

de las matemáticas, y luego enseñar buenos cursos, ricos en contenido.

Tutores o Asesores de Estudiantes

El tercer componente de una educación matemática adecuada a nuestros tiempos lo forman los tutores o asesores quienes lograrán que aquellos estudiantes que tienen interés y habilidad en matemáticas lleven por lo menos cuatro años de buenas matemáticas en la escuela secundaria, y que todos los que tengan capacidad para proseguir estudios universitarios lleven por lo menos tres años de matemáticas secundarias. Un estudiante que no lleva por lo menos tres años de matemáticas en la escuela secundaria, tiene tantas limitaciones que cuando llega al "colegio" tiene definitivamente cerrados para él muchos campos de estudio. Los mejores cursos y los maestros más capaces no le serán de utilidad. Por esta razón, debe haber tutores que ayuden a los estudiantes a programar sus estudios de educación secundaria.

CUATRO REQUISITOS

16

Describiré ahora los cuatro requisitos que deben llenarse para que nuestras escuelas proporcionen la educación matemática que he descrito.

Readiestramiento de los Maestros en Ejercicio

Muchos maestros de matemáticas de educación secundaria, deben iniciar de inmediato un readiestramiento. Aunque muchos maestros tenían originalmente una preparación excelente, necesitan reinstrucción debido a los cambios que han experimentado las matemáticas. Felizmente hay excelentes oportunidades. El curso de matemáticas llamado Matemáticas Contemporáneas, del Aula Continental de la NBC, brinda una oportunidad de adiestramiento disponible a la mayor parte de los maestros en ejercicio en los Estados Unidos. Además, muchos maestros han organizado seminarios para estudiar las nuevas matemáticas en sus propias escuelas y con ello han alcanzado valioso adiestramiento mientras ejercen la docencia. Finalmente la Fundación Nacional de Ciencias ofrece muchas oportunidades para el adiestramiento en servicio. A menudo los maestros pueden participar en institutos de adiestramiento mientras están en servicio activo, dirigido por algún colegio o universidad próximos, con el apoyo financiero de la Fundación Nacional de Ciencias que también subvenciona muchos institutos de verano y de año académico.

Mejor Preparación Inicial de los Maestros

Un segundo requisito se refiere a la preparación de los nuevos maestros. Las escuelas deben alentar y ayudar a los colegios y universidades que preparan maestros para que revisen sus programas, de manera que sus egresados estén preparados convenientemente para dictar los cursos nuevos. La Comisión para la Preparación de Profesores del Comité Encargado del Programa de Matemáticas de Nivel No-graduado (Committee on the Undergraduate Program in Mathematics) de la Asociación Matemática Americana (MAA) ha lanzado un plan vigoroso para modernizar los programas de preparación de maestros. Las recomendaciones de esta Comisión se han publicado en las revistas del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas y de la Asociación Matemática Americana⁵.

Mejoras en las Técnicas de Enseñanza

A continuación, los maestros de matemáticas de educación secundaria deben evaluar sus técnicas pedagógicas. Nuevas técnicas altamente eficaces han sido introducidas por aquellas personas que prepararon los nuevos cursos. Por ejemplo, muchos maestros han utilizado, con gran éxito, la "técnica del descubrimiento" para enseñar matemáticas. Por otra parte, el SMSG ha insistido en la importancia de aprender matemáticas leyendo libros de texto. El SMSG ha hecho una contribución importante al suministrar textos modelo que contienen explicaciones completas de manera que el estudiante puede aprender leyendo su libro. Es evidente que la introducción de nuevas matemáticas en los cursos y el desarrollo de nuevas técnicas de enseñanza se ha realizado simultáneamente.

17

Escuelas de Nivel Secundario Suficientemente Grandes

Un requisito final de la educación matemática que he descrito como adecuada a nuestros tiempos es que las escuelas secundarias sean suficientemente grandes. Una escuela pequeña no puede proporcionar los cursos y los maestros de matemáticas que he descrito antes como necesarios. James B. Conant ha

⁵ Véase "The Training of Elementary School Mathematics Teachers", The Arithmetic Teacher 7:421-25; diciembre de 1960. Véase también "Recommendations of the Mathematical Association of America for the Training of Teachers of Mathematics", The Mathematics Teacher 8:632-38, 643; diciembre de 1960; y American Mathematical Monthly 67:982-91; diciembre de 1960.

sugerido que una escuela secundaria debetener, como mínimo, 100 alumnos en el último año. En una escuela más pequeña es casi seguro que se niegue a los alumnos, cursos de matemáticas apropiados. La nación no puede desperdiciar su cantidad limitada de buenos maestros de matemáticas enviándolos a escuelas en las cuales enseñen su especialidad a menos de su capacidad máxima. La nación no puede permitirse el desperdicio de talento que resulta de enviar estudiantes bien dotados (¡también los hay en las pequeñas escuelas!) a escuelas con programas y maestros deficientes. Felizmente muchos estados de los Estados Unidos resuelven actualmente el problema de las escuelas pequeñas, consolidándolas para formar grandes.

* * *

En conclusión, debo insistir en la necesidad de que la escuela elemental y la escuela secundaria fijen la base. Debo insistir, asimismo, en que los maestros de la escuela elemental y de la escuela secundaria son absolutamente necesarios para el éxito de nuestro programa destinado a proporcionar mejores matemáticas, pues estos maestros deben enseñar matemáticas y deben enseñarlas con entusiasmo de manera que sus alumnos continúen estudiándolas.

2

LA CAMPAÑA PARA MEJORAR LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

•Kenneth E. Brown*

"Desafío a los Estados Unidos a competir en educación", dijo a la delegación norteamericana el representante del Ministro de Educación de la Unión Soviética, en una conferencia sobre enseñanza de las matemáticas realizada en Ginebra en julio de 1956. ¿A qué se debía la confianza con que el representante ruso formulaba este desafío?. Es posible que el representante ruso tuviera conciencia de que las matemáticas forman la piedra angular del desarrollo técnico y que mientras la Unión Soviética había planeado desarrollar el potencial matemático de cada alumno de educación secundaria, los Estados Unidos no lo habían hecho así.

Los matemáticos y los maestros de matemáticas, sin embargo, están tratando, actualmente, de mejorar los cursos de matemáticas en las escuelas norteamericanas de educación secundaria. En el presente informe analizaré los nuevos programas mejorados.

19

LOS NUEVOS USOS DE LAS MATEMÁTICAS

Creo que las maravillosas conquistas realizadas recientemente en el espacio, no se deben a las tensiones de la guerra fría, reflejan simplemente el estado de rápido movimiento de nuestra sociedad. El globo aerostático que transporta un laboratorio electrónico, la cabina aérea portadora de un perro y la puesta en órbita de una cápsula espacial portadora de un ser humano son manifestaciones de la gran eclosión científica y tecnológica que ha tenido lugar en nuestra generación.

Contribuyendo sustancialmente a estos avances se encuentran los nuevos usos de las matemáticas, así como las ramas de las

*El Dr. Brown es un experto en matemáticas de la Oficina para la Educación, del Departamento Estadounidense de Salud, Educación y Bienestar, Washington, D. C.

matemáticas recientemente desarrolladas. Los químicos y físicos han encontrado nuevas maneras de utilizar e interpretar las matemáticas; los biólogos aplican las matemáticas al estudio de la genética; los hombres de negocios utilizan hoy las matemáticas en la programación de la producción y distribución, y los sociólogos utilizan ideas complicadas provenientes de la estadística. Aún la teoría de los juegos tiene aplicaciones importantes en el comportamiento humano, y los modelos matemáticos prometen conformar una base para la interpretación de los fenómenos en muchas disciplinas. En realidad, las matemáticas han llegado a convertirse en el fundamento de nuestro orden social. La supervivencia de los Estados Unidos, puede muy bien depender de la cantidad y calidad de las matemáticas que se enseñen en las escuelas secundarias. Esta es una grande y grave responsabilidad para aquéllos que planean y administran los programas. Si tomamos esta responsabilidad a la ligera, nuestros hijos sufrirán las consecuencias de nuestra imprudente inacción.

20

Mientras que la población escolar en la escuela secundaria ha crecido con los años, el porcentaje del tiempo útil de los estudiantes dedicado a las matemáticas ha disminuido. Los nuevos programas que analizaremos y las actividades de asesoramiento mencionadas por el profesor Price tienen el propósito de estimular a los estudiantes—particularmente a aquéllos con aptitudes especiales en este dominio—para aprender más matemáticas y proseguir estudios en esta ciencia. En nuestra era de notable desarrollo tecnológico, esto es importante no sólo para los estudiantes que se proponen ser matemáticos o cultivar otras ramas de la ciencia, sino, como lo hemos sugerido anteriormente, lo es también para los estudiantes que se preparan para muchas otras ocupaciones.

APOYO FINANCIERO PARA EL MEJORAMIENTO DE LOS PLANES DE ESTUDIO

Reconociendo la necesidad vital de mejorar los programas de enseñanza matemática escolar, las fundaciones estadounidenses han destinado grandes sumas de dinero a la experimentación en este dominio. Si bien las fundaciones no aspiran a desarrollar un plan de estudio nacional para las matemáticas de la escuela secundaria, en cambio, contribuyen generosamente a los experimentos que ayudan a algunas escuelas locales al establecimiento de mejores programas de matemáticas. La Fundación Carnegie, por ejemplo, ha donado medio millón de dólares a un centro de experimentación.

El gobierno federal norteamericano cuenta con que los sistemas de escuelas locales planeen y desarrollen sus propios programas de matemáticas para la escuela secundaria, pero considera el mejoramiento tan importante que a través de la Fundación Nacional de Ciencias ha contribuido con más de cuatro millones de dólares al desarrollo de los textos modelo del Grupo de Estudio de la Matemática Escolar. Estos libros no presentan un plan de estudios nacional; más bien se espera que su contenido sirva como guía para que los autores y las organizaciones escolares mejoren sus propios programas.

Varias otras fundaciones, reconociendo esta necesidad urgente, han prestado asistencia financiera para ayudar a los matemáticos y maestros a que efectúen los cambios necesarios con mayor rapidez.

LOS PROGRAMAS MEJORADOS DE MATEMATICAS

Veamos algunos programas mejorados de matemáticas actualmente en progreso. Para lo referente a fuentes de información y a material experimental sobre los nuevos programas de aritmética al nivel de la escuela elemental, consúltese la página 86. Reduiremos nuestro análisis a los programas de enseñanza secundaria.

21

Entre los diversos programas existen muchas similitudes, pero hay también diferencias, tanto en el desarrollo mismo como en el énfasis puesto en los diversos temas. En el desarrollo de

Esta tabla muestra diversos grados o años de estudio para los cuales ya existen algunos programas mejorados.

	Textos Disponibles					
	7°	8°	9°	10°	11°	12°
SMSG	x	x	x	x	x	x
UICSM (Univ. de Illinois)			x	x	x	
Univ. de Illinois del Sur			x	x		
Ball State Teacher's College		x	x	x		
Serie de Boston		x				
Universidad de Maryland	x	x				

un programa pueden haber intervenido mucho más personas que en otro; un programa puede haber sido puesto a prueba en muchas ciudades de los Estados Unidos mientras que otro puede

haber estado confinado a una región determinada; un programa puede tener materia desarrollada para los grados del 7° al 12°, mientras que otro puede cubrir solamente algunos de esos años de estudio; un programa puede insistir en el método del descubrimiento y otro en el método histórico. Discutiremos algunas de las semejanzas haciendo antes una breve reseña de la historia y de los trabajos de estos programas de enseñanza secundaria que ahora cuentan con material disponible para el público. Las fuentes de información actual sobre estos programas se indican en la página 99.

Grupo de Estudio de la Matemática Escolar

El Grupo de Estudio de la Matemática Escolar ("School Mathematics Study Group", abreviado SMSG) representa el mayor esfuerzo unificado de la historia para el mejoramiento de la educación matemática. Tiene alcances nacionales. Su director es el profesor E.G. Begle, cuya oficina estaba hasta hace poco en la Universidad de Yale (probablemente es ésta la razón por la cual se le llama algunas veces, "Proyecto Yale"). En el otoño de 1961 el profesor Begle y la oficina central del SMSG se trasladaron a la Universidad de Stanford, Palo Alto, California. El SMSG recibe apoyo financiero de la Fundación Nacional de Ciencias.

22

El desarrollo del material de los textos del SMSG es único en el sentido de que representa el pensamiento combinado de muchas personas: sicólogos, examinadores, matemáticos de universidad y de industria, biólogos y maestros de segunda enseñanza. En la redacción de los textos intervinieron aproximadamente 100 matemáticos y 100 maestros de enseñanza secundaria, y a fin de que los temas tratados fueran tan profundos desde el punto de vista matemático como didáctico, cada equipo de redacción estuvo compuesto por igual número de personas representativas de cada grupo.

Durante el año escolar de 1959-60 se pusieron a prueba en 45 estados los textos y los manuales de maestros para los grados del 7° al 12°, con la intervención de 400 maestros y 42.000 alumnos. Durante este ensayo los maestros recibieron orientación y asesoramiento de parte de los matemáticos universitarios.

En el transcurso de ese año los maestros, asesores de matemáticas, y en algunos casos hasta los alumnos, presentaron evaluaciones detalladas de cada capítulo de los textos ensayados. Todas las sugerencias y críticas fueron estudiadas y analizadas por el equipo de revisión compuesto por 50 maestros de secundaria y 50 matemáticos. El equipo de revisión hizo muchos cambios,

puliendo las discusiones, dando mayor variedad de ejercicios graduados y redactando nuevamente ciertos puntos complicados. También reescribieron aquellos temas señalados por los alumnos como especialmente complejos o difíciles. A pesar de estas revisiones, es significativo que no se hayan sugerido cambios en la orientación básica, tanto matemática como conceptual, de los textos originales.

Los textos del SMSG contienen nuevos temas, así como cambios en la organización y presentación de los temas clásicos. Se ha enfocado la atención en hechos y métodos matemáticos importantes y en principios básicos que les proporcionan una estructura lógica. A continuación se presentan algunos de estos textos tal como los describe el Boletín del SMSG ("Newsletter") No. 4 de marzo de 1960:

Matemáticas para el Primer Ciclo Secundario Volúmenes I y II

"En estos textos se hace hincapié en las siguientes ideas importantes de las matemáticas para el primer ciclo secundario: la estructura de la aritmética desde un punto de vista algebraico; el sistema de los números reales como un desarrollo progresivo; las relaciones métricas y no métricas en geometría. A lo largo del texto estas ideas se asocian a sus aplicaciones. Se tratan tópicos tales como las mediciones y la estadística elemental; se ha prestado atención cuidadosa a la apreciación de los conceptos abstractos, al papel de la definición, al desarrollo de un pensamiento y un vocabulario precisos, a la experimentación y a la demostración. Se han escogido las materias con la intención de capturar los hechos fascinantes de las matemáticas, de la creación y el descubrimiento, más que la sola utilidad".

23

Primer Curso de Algebra

"El texto insiste en la estructura del álgebra. El estudio del álgebra se basa en la exploración del comportamiento de los números. Se presta atención cuidadosa al lenguaje del tema...".

Matemáticas Intermedias

"... Se ha tenido cuidado en dar al estudiante una comprensión de la naturaleza del pensamiento matemático, así como en prepararlo para efectuar ciertas manipula-

ciones con facilidad. . . El texto continúa con el espíritu de los temas del noveno grado, en los que se pone constante énfasis en la estructura. . .".

La palabra estructura aparece frecuentemente en las descripciones del SMSG; analizaremos más adelante este concepto.

El SMSG no presenta la geometría sólida como un curso separado; la introduce al comienzo del décimo grado para ayudar a desarrollar en el alumno la percepción del espacio. En algunos casos se integran las pruebas formales de la geometría sólida con la geometría plana, en otros casos se presentan en capítulos especiales. Frecuentemente aparecen integradas el álgebra y la geometría. Mientras se estimula la penetración intuitiva, se insiste particularmente en el enunciado exacto de las definiciones y de los teoremas.

Actualmente están disponibles tanto los textos del SMSG para los 6 grados de la secundaria y los manuales detallados para maestros, así como varios folletos de extensión. El boletín del SMSG ("Newsletter"), con informes periódicos sobre el progreso y descripción del material educacional editado, se remite en forma gratuita a todas aquellas personas que soliciten su inscripción en la lista de suscriptores.

24

Plan de Estudios de Matemáticas de la Universidad de Illinois

El plan de estudios de matemáticas de la Universidad de Illinois ("University of Illinois Curriculum Study in Mathematics", abreviado UICSM) representa un esfuerzo de conjunto del Colegio de Educación, el Colegio de Ingeniería y el Colegio de Artes y Ciencias de la Universidad de Illinois y está bajo la dirección del Prof. Max Beberman. El proyecto está auspiciado por la Corporación Carnegie de Nueva York y por la Universidad de Illinois. Hasta el momento, el UICSM tiene textos para los grados 9°, 10°, y 11°; los textos para el grado 12° estarán disponibles en 1962. Los textos recalcan la consistencia, la precisión del lenguaje, la estructura de las matemáticas y la comprensión de los principios básicos mediante su descubrimiento por parte del alumno. El descubrimiento de las generalizaciones por parte del estudiante es una técnica básica utilizada en todo el curso.

El trabajo en los textos del UICSM comenzó en 1952 y para el final del año escolar de 1959-60 los textos se habían experimentado en 25 estados, interviniendo 200 maestros y 10.000 alumnos. Los maestros participantes recibieron desde el Centro de Illinois instrucciones detalladas sobre el uso del material experimental.

Proyecto de Matemáticas de la Universidad de Maryland

El proyecto de matemáticas de la Universidad de Maryland ("University of Maryland Mathematics Project", abreviado UMMaP), bajo la dirección del Dr. John R. Mayor, tuvo por finalidad el desarrollar un programa mejorado de matemáticas para los grados 7° y 8°. Cinco matemáticos y aproximadamente cuarenta maestros han tomado parte en el planeamiento y/o en la redacción de los programas experimentales, asesorados por especialistas en otros campos del conocimiento, tales como la psicología y la examinación.

Aunque se había confinado el experimento originalmente a escuelas de los alrededores (condados de Prince Georges y Montgomery en Maryland, de Arlington en Virginia; y Distrito de Columbia), los libros han sido luego utilizados en 10 estados, interviniendo unos 100 maestros y cinco mil alumnos. El texto del séptimo grado ha sido revisado tres veces y el del octavo grado dos.

Los cursos están destinados a servir de puente entre la aritmética elemental y las matemáticas de la escuela secundaria. En el texto 7° aparecen títulos de capítulos inusitados, tales como: "Sistemas de Numeración", "Símbolos", "Propiedades de los Números Naturales", "Factorización y Números Primos", "Los Números Uno y Cero", "Sistemas Matemáticos", "Notación Científica para los Números Reales", "Lógica y Proposiciones Numéricas".

25

Instituto de Matemáticas del Colegio de Boston

El Instituto de Matemáticas del Colegio de Boston ("Boston College Mathematics Institute"), bajo la supervisión del Rev. Stanley J. Bezuska, S.J., suministrará eventualmente material para los grados del 8° al 12°. Se completó un texto experimental para el noveno grado, pero se le encontró más adecuado para el octavo. Ahora está en preparación otro texto para el noveno grado.

Se emplea el desarrollo histórico para romper con el método tradicional así como para dar al alumno la oportunidad de ejercitar su imaginación y su facultad creadora y para animarlo a efectuar algunas lecturas. Las matemáticas se estudian mediante problemas que confrontaba el hombre primitivo, y consultas que son en la actualidad respondidas por matemáticos. Se insiste en la estructura de las matemáticas, abordándolas desde un punto de vista histórico.

Programa Experimental del Colegio Estatal para Maestros Ball

El programa experimental del Colegio Ball ("Ball State Teachers College Experimental Program"), iniciado bajo la dirección del Dr. Charles Brumfiel, está planeado para alumnos de todos los grados de secundaria. (El Dr. Brumfiel, quien ahora está en la Universidad de Michigan, está aún colaborando activamente en este proyecto.) El programa pone énfasis en la estructura axiomática de las matemáticas y en la precisión del lenguaje. Como resultado de los experimentos efectuados en la escuela del Laboratorio Estatal Ball, en Muncie, Indiana, las materias que constituyen los textos para los grados 8°, 9° y 10° han sido revisadas varias veces. La editorial Addison-Wesley Publishing Company, Inc., de Reading, Massachusetts, realiza actualmente la publicación de los libros "Introducción a las Matemáticas", "Álgebra I", y "Geometría". Los textos se caracterizan por la cuidadosa atención que prestan al desarrollo lógico. Tanto el álgebra como la geometría contienen capítulos minuciosamente redactados sobre la lógica elemental. Estos capítulos aparecen a comienzos del texto, y las ideas desarrolladas en ellos se utilizan continuamente en ambos cursos.

26

Proyecto Evolucionista para las Matemáticas Secundarias Universidad de Illinois del Sur

El Proyecto Evolucionista para las Matemáticas Secundarias de la Universidad de Illinois del Sur ("Developmental Project in Secondary Mathematics at Southern Illinois University"), bajo la dirección de los profesores Morton R. Kenner y Dwain E. Small, recibe asistencia económica del Fondo Marcell M. Holzer para la Educación. El programa pone énfasis en la estructura de las matemáticas y en la precisión del lenguaje. En el texto para el noveno grado se pone en relieve el lenguaje de los conjuntos y los axiomas de las matemáticas. El material de estudio para los grados 9° y 10° ha sido ensayado en la escuela secundaria de la Universidad. Los textos restantes están actualmente en desarrollo.

Comisión de Matemáticas Junta para los Exámenes de Ingreso a los Colegios

En la primavera de 1959, la Comisión de Matemáticas de la Junta para los Exámenes de Ingreso a los Colegios ("College Entrance Examination Board") publicó un informe compuesto de dos partes (Parte I: Programa de Matemáticas Preparatorias para el Colegio; Parte II: Apéndices) sobre los programas de estudios de matemáticas de la escuela secundaria destinados a futuros estudiantes de colegios. En este informe la Comisión recomienda la

revisión de los actuales programas de matemáticas de la secundaria para insistir en el razonamiento deductivo en el álgebra, las estructuras matemáticas, las ideas unificadoras y el tratamiento de las desigualdades, y para incorporar algunas ideas de geometría de coordenadas; incluye también una serie de tópicos para los cursos de matemáticas de la escuela secundaria. Este informe puede obtenerse escribiendo a la Commission on Mathematics, College Entrance Examination Board, c/o Educational Testing Service, Princeton, New Jersey.

El Comité para los Planes de Estudio de la Escuela Secundaria Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas

El Comité para los Planes de Estudio de la Escuela Secundaria, bajo la dirección de Frank B. Allen, fue creado por el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas ("National Council of Teachers of Mathematics", abreviado NCTM), para estudiar los planes de estudio, y la instrucción de las matemáticas en las escuelas secundarias, en relación con las necesidades de la sociedad contemporánea. Se formaron once subcomisiones para efectuar estudios y redactar informes en los siguientes dominios:

1. El lugar de las matemáticas en una sociedad en evolución.
2. Los fines de la educación matemática y la pedagogía de las matemáticas.
3. La naturaleza del pensamiento matemático para los grados de estudio 7° a 12°.
4. Cómo debe introducirse y desarrollarse la geometría.
5. El contenido y la organización de las matemáticas para el primer ciclo secundario.
6. Programas extranjeros de matemáticas para alumnos cuya edad esté comprendida entre 12 y 18 años.
7. Adaptación de los programas de matemáticas para alumnos de habilidad promedio y habilidad inferior al promedio.
8. Ayudas para la enseñanza.
9. Organización de los programas de matemáticas.
10. La administración de los programas de matemáticas.
11. Las matemáticas para los estudiantes bien dotados.

27

Las conclusiones de los subcomités fueron presentadas en un informe publicado primero en el número de mayo de 1959 de "El Maestro de Matemáticas" ("The Mathematics Teacher") y luego reimpresso como publicación separada. Esta publicación puede conseguirse en el "National Council of Teachers of Mathematics".

Los estudios de los comités dieron lugar también a los tres folletos del NCTM: "A Guide to the Use and Procurement of

Teaching Aids for Mathematics", por Emil J. Berger y Donovan A. Johnson; "Mathematics Tests Available in the United States", por Sheldon S. Myers; y "The Supervisor of Mathematics, His Role in the Improvement of Mathematics Instruction", por Veryl Schult.

SEMEJANZAS ENTRE LOS NUEVOS PROGRAMAS

De primera intención podría pensarse, al conocer los distintos programas nuevos de matemáticas, que el magisterio se está comportando como Lord Ronald de Stephen Leacock, quien se arrojó sobre su caballo y galopó locamente en todas las direcciones a la vez. No es éste el caso. Aunque cada programa tiene características propias, todos comparten elementos comunes y tienen como objetivo el mejoramiento de la instrucción matemática.

Temas Unificadores en las Matemáticas

Todos los programas que hemos analizado intentan evitar la presentación del nuevo material de enseñanza como una sucesión de tópicos sin relación. En realidad, insisten en ciertos temas o ideas unificadoras¹, tales como los siguientes:

- Estructura.
- Operaciones y sus inversas.
- Mediciones.
- Uso amplio de la representación gráfica.
- Sistemas de numeración.
- Propiedades de los números. Desarrollo del sistema de los números reales.
- Inferencia estadística. Probabilidad.
- Conjuntos (lenguaje y teoría elemental).
- Deducciones lógicas.
- Generalizaciones válidas.

Teoría de Conjuntos

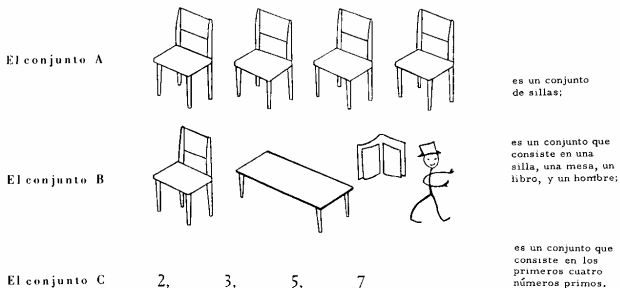
Muchos alumnos de secundaria han estudiado las matemáticas como una serie de artificios de cálculo separados y sin relación. De otro lado, los programas mejorados tratan de utilizar como temas centrales las ideas que penetran en las matemáticas. En

¹Un amplio análisis de las ideas unificadoras aparece en el 24° Anuario del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas: "El Desarrollo de las Ideas Matemáticas, Grados K-12". Este libro puede adquirirse en el NCTM.

algunos casos esto ha conducido a la introducción de palabras e ideas de las matemáticas universitarias.

Por ejemplo, la teoría de conjuntos es una idea unificadora, que se estudia en las matemáticas superiores; sin embargo, es lo bastante simple en sus comienzos como para que se enseñe en la escuela secundaria.

Definición: Conjunto es toda colección bien definida de objetos distinguibles de nuestra percepción o de nuestro pensamiento. Por ejemplo:



Una vez que se ha introducido la noción de conjunto, se la puede utilizar a lo largo del curso. Al estudiante se le menciona como referencia la solución de un sistema de ecuaciones, los conjuntos de validez, los conjuntos de pares ordenados, etc. Se le da ejercicios para reforzar y clarificar sus ideas sobre los conjuntos antes de utilizar cualquier clase de símbolos. Luego utilizará estos símbolos y terminología especial en las matemáticas más avanzadas, y las ideas deben ser ampliadas a medida que estudia cursos adicionales.

Estructura

Otra noción común sobre la que insisten todos los programas mejorados, es la de estructura. Se traduce en un cuidadoso desarrollo de las matemáticas como sistema deductivo. Como la frase estructura de las matemáticas se usa frecuentemente en los programas mejorados, debemos analizar su significado. El estudio de la estructura de las matemáticas es el estudio de los principios básicos o propiedades comunes de todos los sistemas matemáticos. En realidad, estos sistemas pueden inclusive no referirse a números.

Tratemos algunas analogías simples. En el desarrollo del procedimiento de contar el hombre se refiere a dos patos como a una pareja de patos, a dos bueyes como a una yunta de bueyes, a dos palomas como a un par de palomas. Se han usado varios términos para aludir a dos cosas específicas. La gran generalización vino cuando el hombre observó que todas estas combinaciones tenían algo en común: dos. El número dos es una abstracción matemática de la que dos ovejas, dos caballos, dos bueyes, son manifestaciones concretas. Es a través del estudio de esas abstracciones que logramos la comprensión de la estructura de las matemáticas.

La expresión " $3 \times 5 = 15$ ", es una idea matemática abstracta que puede aplicarse para hallar el costo de tres lápices de 5 centavos cada uno o el área de una alfombra de tres metros por cinco metros. Puede compararse la idea abstracta con la estructura de las matemáticas, y las aplicaciones son los modelos a los cuales se aplica el sistema abstracto. En la matemática secundaria ha habido una tendencia a considerar las características o propiedades de cada modelo separadamente. Como consecuencia de esa tendencia, los estudiantes aprenden muchas reglas aparentemente no relacionadas entre sí. El estudio de la estructura de los sistemas matemáticos ha conducido a la disminución del número de reglas o propiedades.

30

Para aclarar un poco más la idea de estructura de un sistema matemático, consideremos la figura 1. En la tabla aparecen los símbolos I y P, mientras en una esquina de la misma, está escrito el símbolo +. Representemos por I cualquier número impar y por P cualquier número par. El símbolo + indica la operación de adición. Si efectuamos la operación entre la I de la izquierda y la

+	I	P
I	P	I
P	I	P

Figura 1

I de arriba, obtenemos la P de la segunda fila: I (número impar) + I (número impar) = P (número par). Si se asocia la I de la izquierda con la P de arriba, se obtiene la I de la segunda fila: I (número impar) + P (número par) = I (número impar). Si estudiamos la tabla, observamos que:

$$I + P = I$$

$$P + P = P$$

Como no cambiamos ni I ni P cuando les agregamos P, P se llama el elemento identidad o elemento neutro con respecto a la adición o, simplemente, la identidad aditiva. En la aritmética el elemento identidad para la adición es cero. Un número, más cero, es el mismo número:

$$N + 0 = N$$

$$4 + 0 = 4$$

Volviendo a la tabla, observamos que:

$$I + P = I$$

$$P + I = I$$

$$\text{ó } I + P = P + I$$

Como el orden en que se suman los dos números no afecta el resultado, hemos demostrado la propiedad conmutativa de la adición. En la aritmética, un ejemplo es $4 + 3 = 3 + 4$.

Hay muchas otras propiedades que pueden demostrarse para esta tabla, pero conservemos en mente la existencia de la identidad aditiva y de la propiedad conmutativa de la adición.

En la figura 2 tenemos también dos símbolos en la tabla y un signo de operación en el ángulo superior izquierdo. A significa que un objeto gira media vuelta (180°) y B significa que el objeto gira una vuelta (360°). Convengamos en considerar iguales dos giros si es que aplicados a un objeto lo conducen cada uno de ellos a la misma posición final, y en que representando M y N dos giros, $M \rightarrow N$ represente al giro que resulta de llevar a cabo sucesivamente los giros M y N. Así por ejemplo $A \rightarrow B = A$ significa que el objeto gira primero 180° y luego 360° , quedando en la misma posición final que si hubiera hecho un sólo giro de 180° .

→	A	B
A	B	A
B	A	B

Figura 2

Observemos lo que ocurre cuando invertimos el orden de los giros:

$$A \rightarrow B = A$$

$$B \rightarrow A = A$$

$$\text{ó } A \rightarrow B = B \rightarrow A$$

Vemos, entonces, que el orden no afecta el resultado: media vuelta seguida de una vuelta completa deja el objeto en la misma posición que una vuelta completa seguida de media vuelta, por lo que sabemos que la propiedad conmutativa es válida para esta operación.

Observamos también que:

$$A \rightarrow B = A$$

$$B \rightarrow B = B$$

es decir, B goza de la propiedad de la identidad. En este caso A y B no representan números, y la operación representada por \rightarrow no es ninguna de las de la aritmética.

En la figura 3 tenemos una vez más dos símbolos y un signo de operación en el ángulo superior izquierdo de la tabla. En este caso los símbolos Δ y \circ representan dos ideas abstractas diferentes. No representan ni caballos ni dólares. El símbolo \rightarrow repre-

\rightarrow	Δ	\circ
Δ	\circ	Δ
\circ	Δ	\circ

Figura 3

senta una regla que se expresa en la tabla. Es decir, si Δ se asocia con Δ , se obtiene \circ lo que se escribe como $\Delta \rightarrow \Delta = \circ$.

El estudio de la tabla revela que:

$$\Delta \rightarrow \circ = \Delta$$

$$\circ \rightarrow \Delta = \Delta$$

$$\text{ó } \Delta \rightarrow \circ = \circ \rightarrow \Delta$$

El orden en que se efectúa la operación no altera el resultado, y esta operación goza de la propiedad conmutativa.

Vemos también que:

$$\circ \rightarrow \circ = \circ$$

$$\Delta \rightarrow \Delta = \Delta$$

Si se asocia el círculo con el círculo, se obtiene el círculo; si se asocia con el triángulo, se obtiene el triángulo. Entonces, el círculo es el elemento identidad con respecto a esta operación.

Consideremos las tres figuras: la figura 1 se refiere a números; la figura 2 se refiere a los movimientos de un objeto, y la figura 3 a ideas abstractas. Pero las tres tienen dos propiedades en común. ¿Qué tiene que ver esto con la estructura de las matemáticas? La figura 3 representa un sistema matemático en miniatura, mientras que las figuras 1 y 2 son modelos o aplicaciones del sistema.

Durante muchos años las matemáticas de la escuela secundaria consistieron en el estudio de los modelos, y los alumnos no lograron descubrir las propiedades básicas comunes a todos ellos. En los programas mejorados, los estudiantes abordan los sistemas matemáticos en sí mismos. Las propiedades del sistema abstracto de la figura 3 se aplican a los modelos. En realidad las propiedades pueden ser evidentes en el sistema abstracto y estar escondidas por los objetos físicos en los modelos. Las propiedades de los sistemas matemáticos son fundamentales y permanentes; los modelos o aplicaciones cambian según lo hacen las necesidades de nuestra sociedad.

Medición

33

El concepto de medición es otro concepto unificador que aparece en los programas mejorados. La importancia de una unidad normalizada, bien definida, es de conocimiento común en el nivel elemental. Se pide a los alumnos de la escuela elemental que midan con sus propias reglas de medida, tratando de ayudarlos a comprender que para comunicar sus resultados deben usar una unidad normalizada. Todo niño debe conocer el significado de medidas tales como un metro o un litro.

En la escuela secundaria hemos supuesto a veces que el alumno conoce lo que queremos decir con la medida de un ángulo o la distancia entre \underline{P} y \underline{Q} . Tal no es el caso en los programas mejorados. Por ejemplo, en el texto del SMSG para el 9° grado se analiza cuidadosamente el significado de la distancia \underline{PQ} . En el décimo grado el alumno estudia un capítulo llamado "Medición de Distancias". En el 11° grado se reconsidera este concepto nuevamente, pero en un nivel superior.

Sistemas de Numeración

En los programas mejorados se estudian frecuentemente otros

sistemas de numeración, a fin de lograr una mejor comprensión de nuestro sistema decimal. Por ejemplo, los números que utilizamos para contar pueden expresarse con dos símbolos solamente, tales como 0 y 1, en vez de todos los símbolos de 0 a 9. Si tenemos un dispositivo que responde al flujo de la electricidad por intermedio de un alambre, de manera que la corriente conectada en él represente 1 y la corriente desconectada represente 0, entonces nuestro dispositivo efectúa la adición con dos símbolos en vez de diez. Este sistema de numeración se usa en muchas calculadoras electrónicas. Los alumnos pueden practicar la adición y la multiplicación en este sistema, no para alcanzar destreza en el manejo de una calculadora sino para lograr una mejor comprensión del sistema decimal de numeración.

Operaciones

En los nuevos programas se insiste en el significado de las operaciones. Se da la adición y la multiplicación como operaciones básicas; la sustracción y la división son sólo operaciones inversas de la adición y de la multiplicación, respectivamente. El acento está puesto en "¿por qué efectúas la operación como lo haces?" y no en "ésta es la manera de hacerla". Las analogías se emplean menos y las razones básicas más. En los programas mejorados no se dice al alumno que $7a + 3a = 10a$ porque 7 caballos + 3 caballos = 10 caballos. En realidad, después de la introducción en forma apropiada de la ley distributiva, no es necesario decir esto al alumno, pues sabe que $7a + 3a = (7 + 3)a$. En los nuevos programas no se dice a los estudiantes que no se puede sumar $3a$ y $3b$ porque no se puede sumar 3 caballos con 3 vacas, pues este método crea confusión cuando algunas semanas después se pide al estudiante que multiplique $3a$ por $3b$, donde la analogía "caballos y vacas" no tiene lugar.

34

En los programas mejorados se desalienta la manipulación sin comprensión; la clara comprensión de las operaciones es uno de los principales fines de estos programas.

Deducciones Lógicas

Los programas mejorados de matemáticas alientan a los alumnos para hacer generalizaciones correctas, insistiendo en la relación "si-entonces". Si A es verdadero, entonces por razonamiento lógico B es verdadero o no lo es. He aquí algunos ejemplos de problemas destinados a poner de manifiesto tales generalizaciones.

Consideremos varios triángulos ABC. ¿Qué relación hay entre

las longitudes $AB + BC$ y AC ? y ¿Cuál entre $AB + AC$ y BC ? Las respuestas sugieren una conclusión general. Si se piensa que tal conclusión es verdadera para todos los triángulos, enunciémosla como proposición. Esto, naturalmente, requiere el uso de la forma "si-entonces".

Supongamos que tenemos 240 losetas cuadradas para piso. Tales losetas pueden disponerse en filas para formar diversos pisos rectangulares para un patio. Si s representa el número de losetas de una fila y n el número de filas, ¿cuáles son las diversas posibilidades?.

Representación Gráfica

Los programas mejorados utilizan gráficos para ayudar al alumno a captar o establecer relaciones. Puede utilizarse un gráfico lineal para mostrar la relación entre dos números tales como 3 y su opuesto -3 , y puede utilizarse un gráfico para ilustrar la relación expresada por una ecuación o una inecuación. Obsérvense los gráficos de la figura 4, que se presentan, naturalmente, en etapas diferentes del aprendizaje de las matemáticas.

Generalizaciones Válidas

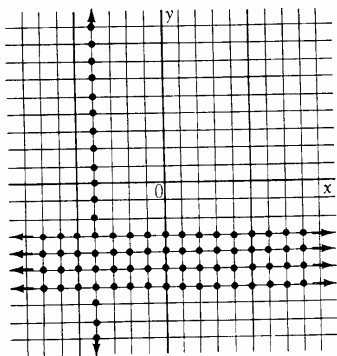
En los programas mejorados, el material progresa de ejemplos concretos a símbolos abstractos; se ha tratado de presentar moldes o estructuras en matemáticas, y las nuevas ideas están relacionadas con las proposiciones lingüísticas. En el programa de la Universidad de Illinois se pone especial énfasis en el descubrimiento; el maestro conduce al alumno al descubrimiento de los principios básicos de las matemáticas.

* * * *

Hemos revisado algunos elementos comunes de los programas destinados a mejorar las matemáticas escolares y hemos visto que tales programas no son enteramente diferentes uno del otro; anteriormente, hemos visto algunas de las diferencias en cuando a desarrollo y énfasis. Parecería que hay más rasgos de semejanza que de diferencia.

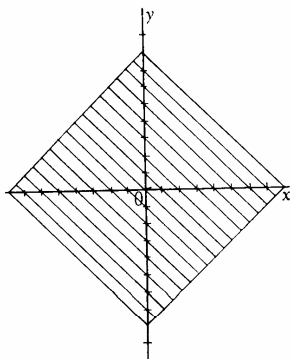
EFFECTOS DE LOS NUEVOS PROGRAMAS

Los programas mejorados no han estado en funcionamiento suficiente tiempo como para permitir una evaluación estadística.

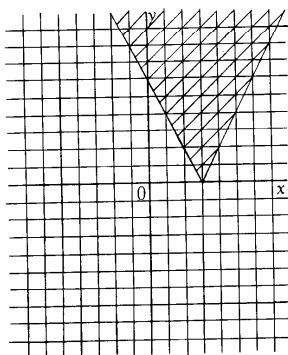


$x = -4$ ó $-7 < y < -2$, donde x é y son enteros

36



$$|x| + |y| \leq 8$$



$$y \geq 2|x - 3|$$

Figura 4

Sin embargo, los datos disponibles muestran que el rendimiento de los alumnos de los programas mejorados en los exámenes tradicionales es por lo menos igual al de los otros alumnos y tienen además un mayor conocimiento sobre los principios básicos subyacentes de las matemáticas.

Los examinadores, reconociendo la necesidad de mejorar las matemáticas escolares, están tratando de mantenerse al día con los cambios que están sucediéndose. A continuación se dan varias muestras de temas suministrados por una organización examinadora nacional los que reflejan los cambios recientes ocurridos en la enseñanza de las matemáticas:

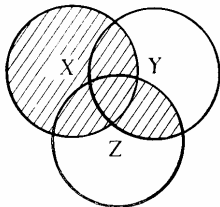
¿Cuál de las siguientes propiedades es (son) aplicable(s) tanto al conjunto de los números enteros como al conjunto de los números racionales?

- I. Entre dos elementos cualesquiera del conjunto hay un tercero.
- II. Hay un número positivo mínimo en el conjunto.
- III. Hay un número máximo en el conjunto.
- IV. Hay un inverso aditivo para cada elemento del conjunto.

El símbolo \cap representa la intersección de dos conjuntos y el símbolo \cup representa la reunión de dos conjuntos. ¿Cuál de las expresiones siguientes representa la porción sombreada del diagrama de Venn que se da a continuación?

37

- (A) $(X \cap Y) \cup Z$
- (B) $X \cup (Y \cap Z)$
- (C) $X \cap (Y \cup Z)$
- (D) $(X \cap Y) \cap Z$
- (E) $(X \cup Y) \cap Z$



¿Cuántos números del conjunto $\{-5, -3, 0, 3\}$ satisfacen las dos condiciones $|n - 3| \leq 6$, y $|n + 2| < 5$?

- (A) Ninguno (B) Uno (C) Dos (D) Tres (E) Cuatro

El número de puntos en la intersección del gráfico de $|x| = |y|$, con el gráfico de $|x| + |y| = 1$ es:

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Muchos matemáticos y maestros de escuela secundaria consideran los programas mejorados sumamente valiosos, y los maestros que han utilizado estos programas los han aprobado unánimamente. Muchos de ellos afirman de que los alumnos pueden estudiar las matemáticas y disfrutar con este estudio.

La campaña para mejorar las matemáticas escolares está en marcha; la estructura general de la reforma es clara y los materiales e instrucciones necesarios están a la mano. Los administradores de escuelas pueden ahora guiar a sus maestros para establecer programas de instrucción que eleven el nivel de la preparación matemática de sus alumnos. Se debe ya realizar esta tarea importante y urgente.

3

EXPERIENCIAS DE CLASE CON LOS NUEVOS PROGRAMAS DE MATEMATICAS

Las Conferencias Regionales de Orientación han dado a los dirigentes de las escuelas la oportunidad de reunirse y conversar con los maestros que han adoptado los nuevos textos en sus cursos. ¿Creen estos maestros que los nuevos programas son mejores? Si es así, ¿por qué? ¿De qué manera los han ayudado los supervisores y dirigentes de las escuelas a iniciar sus programas? ¿Qué resultados se han logrado? ¿Cómo han reaccionado los estudiantes? ¿Cuál parece ser la actitud que prevalece entre los padres de los estudiantes? En cada conferencia regional un comité compuesto por cuatro maestros que habían obtenido éxito en la enseñanza con los nuevos textos analizó estos tópicos. Cada maestro daba una charla corta describiendo sus propias experiencias con uno de los nuevos programas. Enseguida se realizaba una sesión de discusión que tenía una duración aproximada de una hora. Quienes escucharon a los maestros quedaron impresionados con el manifiesto entusiasmo por los nuevos programas y por los deseos de trabajar intensamente para alcanzar los óptimos resultados que los nuevos textos hacían posibles.

39

En las siguientes páginas intentamos, mediante citas escogidas en forma adecuada, transmitir algunas de las ideas y opiniones, tan bien expresadas por los miembros de nuestros comités. Cada transcripción que mencionamos se refiere a un programa particular, pero cada una es, sin embargo, análoga a muchas afirmaciones hechas sobre estos programas. Tratamos de dar cuenta la multiplicidad de informaciones útiles suministradas por nuestros 33 maestros integrantes de los comités, destacando los elementos y los problemas comunes encontrados al establecer cualquier programa nuevo.

La comprensión y el apoyo de los administradores de las escuelas fueron factores esenciales del éxito de los nuevos programas. Todos los maestros de los comités manifestaron su aprecio por la guía y estímulo del personal supervisor y administrativo de sus escuelas. Comentarios típicos:

▲ "He gozado de la ventaja de tener un director progresista y cooperador, quien quería incorporar algunas nuevas ideas de matemáticas en el programa del primer ciclo secundario".

▲ "Es interesante que tanto nuestro director de estudios como su asistente hayan sido antiguos maestros de matemáticas. Es inútil decir que estaban profundamente interesados en nuestros nuevos planes de estudio de matemáticas".

* * *

Las sesiones de orientación con el cuerpo de profesores y con los padres de los alumnos pueden hacer mucho para eliminar malos entendidos y críticas infundadas.

▲ "La educación según los nuevos programas debe efectuarse en tres niveles:

- A. El maestro y sus auxiliares deben recibir preparación adecuada.
- B. Los padres de los estudiantes deben quedar convencidos de que aún enseñamos matemáticas.
- C. Los estudiantes deben ser convertidos, pero esto es lo más fácil".

40

▲ "Pienso que las críticas eran de esperarse. Somos seres humanos con una tendencia natural a poner en tela de juicio lo nuevo hasta que haya sido demostrado; y, después de todo, éste es un rasgo deseable. Aprendemos por experiencia y ahora creo que se habría podido evitar gran parte de las críticas si desde el comienzo se hubiera informado al cuerpo de profesores sobre el plan y propósito del programa".

▲ "Generalmente una breve conversación con los padres de los alumnos es efectiva; de hecho, el problema íntegro se reduce a otro de comunicación entre personas. Las reuniones del PTA son un medio conveniente de alcanzar a un gran número de padres a la vez. Hemos visto que a menudo los padres quedan impresionados con la categoría de las personas que han escrito estos textos, pues no parecen ser de los que tratan de estafar al público".

* * *

Es razonable esperar que la reacción de los maestros frente a uno de estos nuevos programas dependa de su grado de preparación para enseñarlo.

▲ "Los maestros con buena base para los programas experimentales se entusiasman con ellos".

▲ "Los maestros con base insuficiente tienen reacciones diversas.

Experimentan algunas dudas y sentimientos de frustración. Sin embargo, la mayor parte de ellos al ir desarrollando la habilidad y comprensión necesarias sienten que podrán enseñar los cursos experimentales en forma más efectiva que como lo hacían con los temas tradicionales, en el pasado".

▲ "Cuanto mejor es la base del maestro, es más susceptible de entusiasmarse con este programa".

* * *

Todos están de acuerdo en que quienes enseñan por primera vez uno de los nuevos programas tienen que realizar una cantidad considerable de trabajo extra.

▲ "Nunca he trabajado tanto para conservar la ventaja sobre mis alumnos, pero nunca he disfrutado un año mejor".

▲ "Ningún maestro puede quedarse "apoltronado" frente al desafío. No se trata de un programa que pueda ser enseñado por un maestro que dicta siete horas diarias de clase".

* * *

Una de las razones por las cuales los maestros experimentados trabajan tanto con los nuevos programas es que tienen mucho que desaprender, lo que no ocurre con los estudiantes.

▲ "Los maestros que tienen amplia experiencia con los programas tradicionales encuentran a menudo dificultades para deshacerse de sus viejos hábitos".

▲ "En general, los maestros que han enseñado en nuestros programas experimentales han afrontado mayores problemas de adaptación que los estudiantes".

* * *

Quienes han enseñado los programas mejorados no querrían volver a los textos tradicionales.

▲ "A medida que mejoraba me volvía más entusiasta, y hoy me parece imposible enseñar los textos tradicionales".

▲ "Después de haber pasado el verano con un grupo de 50 maestros y de haber comparado experiencias con ellos, me siento afortunado de no tener que enseñar en un estado y en un sistema

que exija el uso de textos provenientes de un pequeño grupo adoptado por el estado o el uso de un mismo libro durante cinco años antes de que se elija un nuevo texto. Me sentiría muy infeliz si algún motivo me exigiera ahora volver a enseñar según un texto tradicional".

* * *

La respuesta de los alumnos a los nuevos programas, tal como lo ven los maestros, es más bien favorable.

▲ "Algunos de los estudiantes que consideraban las matemáticas clásicas insípidas y faltas de interés modificaron su modo de pensar al conocer los nuevos cursos y realizaron una labor espléndida. Los estudiantes menos capaces encontraron difícil seguir los moldes del razonamiento lógico preciso, aunque las pruebas demostraron que trabajaban tan bien con estos cursos como con los cursos tradicionales".

▲ "Los estudiantes que habían pasado desapercibidos anteriormente se interesaron en sumo agrado, pues al fin se les permitía proponer preguntas desusadas o disentir de las razones generalmente aceptadas para hacer las cosas. Se les permitió encontrar las respuestas por su propio esfuerzo".

42

▲ "Había esperado que el nuevo vocabulario extraño presentara un problema muy difícil, pero los alumnos usan con bastante facilidad palabras tales como "conmutativo", "asociativo", "distributivo", "identidad multiplicativa" e "inverso aditivo" y disfrutan con ello. Parece que si comprenden primero la idea, el vocabulario utilizado para designarla no presenta ninguna dificultad. El vocabulario preciso del curso ayuda a aclarar muchas ideas matemáticas".

▲ "Se debe interesar a los adolescentes en las ideas matemáticas mismas. Es de poco valor el tratar de atraer el interés del estudiante mediante promesas y visiones de ventajas en su vida futura. La mayor parte de los estudiantes de la escuela secundaria no se conmueven auténticamente con tales ofrecimientos. La meta de la utilidad educacional es demasiado remota como para influir en el estudiante del noveno grado, quien quiere saber cómo encajan las matemáticas en su mundo. Y felizmente, su mundo está lleno de fantasías y abstracciones. Así, el estudiante se interesa en las matemáticas porque le dan acceso fácil a una especie de aventura intelectual que tienta y satisface".

▲ "La parte del curso que ha ocasionado más dificultades es la que se parece más a los estudios que han hecho anteriormente".

▲ "Le diré por qué tienen mayor interés. Estos textos del SMSG les dan la oportunidad de pensar en las matemáticas, de analizarlas y argumentar sobre ellas. Cuando visito algunas clases que utilizan estos textos, especialmente los de séptimo grado, encuentro que se proponen ingeniosas argumentaciones y esto también es una buena señal de que progresa el aprendizaje. Estos textos dan al estudiante pocas oportunidades de aburrirse con la rutina, justo cuando piensa que los problemas han sido dominados y son susceptibles de resolverse por el mismo método, salta otra cosa diferente".

* * *

La reacción del estudiante depende también de su habilidad y preparación previa. Sin embargo, esto no significa que los estudiantes lentos no gusten de los nuevos programas.

▲ "Los estudiantes capaces que reciben instrucción moderadamente competente habitualmente se entusiasman con el curso. Ha sido particularmente grato ver cómo estudiantes brillantes que encontraban sosas y no interesantes las matemáticas tradicionales, reaccionaron e hicieron una labor magnífica cuando recibieron las nuevas enseñanzas".

▲ "Los estudiantes menos competentes, que no pueden seguir los moldes del razonamiento lógico preciso, parecen comportarse en los cursos experimentales tan bien como en los tradicionales. Su actitud frente a los cursos experimentales parece poco diferente de la que han adoptado frente a los cursos tradicionales de matemáticas".

▲ "Dentro del grupo de los estudiantes promedio hay variaciones considerables. Muchos aceptan el desafío y trabajan muy bien. Otros resisten pasivamente los intentos de despertar su interés, se resisten a trabajar fuerte y rinden poco. Es claro que las ideas centrales de la geometría y del álgebra no son inaccesibles para los estudiantes de secundaria de habilidad promedio que han sido predisuestos favorablemente y tienen buenos hábitos de trabajo".

▲ "Al nivel del primer ciclo secundario he tenido algunas de mis clases más interesantes entre estudiantes realmente lentos, con quienes he discutido ideas muy abstractas".

▲ "El punto culminante en la enseñanza de los textos de la Universidad de Maryland vino cuando el estudiante promedio aceptó el desafío y rindió un buen trabajo".

▲ "El estudiante de habilidad inferior al promedio muestra el mismo interés de siempre. En mi opinión, el programa de matemáticas del Ball State funciona muy bien con estudiantes muy hábiles o con estudiantes de habilidad promedio, pues les ofrece oportunidad de aprender a razonar lógicamente, a aprender conceptos, a aprender el por qué de las matemáticas. El estudiante de nivel inferior rinde aproximadamente lo mismo y ciertamente el programa Ball State no le hace daño: siempre será capaz de leer una marca en un medidor de agua y afilar su lápiz. Quiero insistir en que, definitivamente, el programa Ball State no está desprovisto de interés para el estudiante deficiente (ni ignora la necesidad de leer medidores de agua). El programa es sólo un intento de enseñar matemáticas, lo que no hemos estado haciendo tan bien como podríamos haberlo hecho".

▲ "Mi clase estaba formada por un grupo no seleccionado, compuesto en su mayoría por alumnos de nivel intelectual mediano. Para mi sorpresa, la mayor parte de los estudiantes comprendían muy bien los conceptos presentados. Estaban profundamente interesados, hasta el punto de la excitación".

▲ "Al comienzo de mi análisis he mencionado el problema del niño lento. Los estudiantes que han tenido primero bajas calificaciones, más por falta de interés que por falta de habilidad, tienden a aprovechar de los cursos. Sin embargo, después de hacer experimentos con grupos heterogéneos, pongo en duda la conveniencia de poner en el curso a estudiantes que son realmente poco hábiles. Es probable que esos estudiantes aprendan tanto en estos cursos como en los cursos tradicionales; pero ni ellos ni sus padres lo creerían...".

▲ "El estudiante lento, quien confía en la memoria para salir del paso, puede tener mayor dificultad con estos textos que con los textos tradicionales. Aún así, no es imposible que al mismo tiempo se interese más".

* * *

Los maestros han solicitado las opiniones de los alumnos sobre los nuevos textos. He aquí algunas apreciaciones anónimas reunidas de estudiantes que fueron leídas por el maestro cuando terminó el año.

▲ "El propósito principal de la geometría del programa Ball State no es el de hacernos memorizar un volumen de hechos, sino el de ayudarnos a aprender los procesos del razonamiento, a fin de que podamos resolver problemas que no hemos visto jamás..."

Aunque lo he encontrado difícil, creo que progreso hacia la comprensión de la geometría plana en particular y de las matemáticas en general".

▲ "Antes hacíamos siempre lo mismo y no ponía mucha atención en lo que se hacía. Ahora veo la razón de las matemáticas".

▲ "Yo detestaba las matemáticas. Mi maestro hacia algunos problemas y luego nosotros hacíamos otros parecidos como tarea de casa. Era aburrido. Pero esta clase me gusta mucho. Realmente, tengo que pensar".

▲ "En mis años anteriores de matemáticas, limitados como son, no había tenido nunca la oportunidad de pensar en las respuestas por mí mismo, como lo he hecho este año".

▲ "Pienso que este curso es muy interesante. En realidad, esto no me ha aburrido nada. Mamá y papá lo han encontrado también muy interesante. Ellos se sientan y hacen conmigo algunas cosas interesantes. Realmente he disfrutado con este curso de matemáticas".

* * *

45

Pero no todos los comentarios de los estudiantes reflejan aprobación indiscriminada. ¿Cuáles son las objeciones?

▲ "No soy aficionado a las matemáticas, y este curso no es una excepción".

▲ "Creo que podría llegar a aclarar las confusiones fácilmente, pero necesitaría algún tiempo".

▲ "No puedo decir mucho sobre el programa porque no lo conozco mucho, pero estoy seguro de que los autores han tenido la mejor de las intenciones".

Estas últimas tres citas sirven para hacernos recordar que "no hay camino de reyes en las matemáticas". Los nuevos programas no son cursos de matemáticas simplificadas. Habrá siempre alguien que no comprenda, y esos alumnos se darán cuenta más clara de sus propias deficiencias mediante los nuevos programas que mediante los programas tradicionales. Si es así, todo irá bien, probablemente.

* * *

También se presentaron las opiniones y actitudes de los padres hacia los nuevos programas. He aquí las manifestaciones de un maestro:

▲ "En las sesiones con los padres de familia hemos tratado de explicar a menudo, con palabras simples, lo que tratamos de hacer. Los padres, en su gran mayoría se han mostrado muy cooperadores y comprensivos. He tenido gran satisfacción con ello y creo que también la ha tenido la administración de nuestra escuela. Pero los mejores embajadores ante los padres han sido los estudiantes mismos. Hay mucho entusiasmo desde los alumnos con calificación A hasta los que pasan por estrecho margen.

La cooperación de los padres en mi distrito escolar ha sido excelente. La asistencia a las reuniones ha aumentado notablemente durante los dos últimos años.

Ahora que les estoy hablando de las reacciones de los padres de familia, me doy cuenta de que no he recibido comentarios de un gran número de ellos. Hace unas tres semanas tuvimos una reunión y, a fin de obtener una idea más completa del punto de vista de los padres, les pedí que manifestaran en forma escrita y anónima lo que pensaban de la situación de sus hijos en este curso. Insistí en que queríamos opiniones sinceras. Con la excepción de seis u ocho todos manifestaron que estaban muy contentos de que sus hijos hubieran tenido la oportunidad de estudiar esta clase de matemáticas. La mayor parte de ellos dijeron que sus hijos encontraban estas matemáticas, más interesantes y disfrutaban más con ellas que con las que habían estudiado anteriormente. He aquí algunos comentarios típicos:

46

"Mi hijo no ha recibido jamás un estímulo en sus antiguas clases de matemáticas".

"Hubiera querido estudiarlas también".

"Este hijo mío se desempeña mejor que mis otros hijos".

"Tengo envidia por no haber estudiado esto".

"Me parece que ha desarrollado una disposición para inquirir".

"Tan diferentes--tan interesantes--que mi hijo nunca se cansa de ellas".

"Le han dado a nuestro hijo menor una mejor comprensión de las matemáticas".

"Mi hijo ama sus matemáticas. Sólo me quejo de que me hace sentir extremadamente incompetente".

Algunos padres han expresado consternación por su incapacidad de ayudar a Juanito a hacer el trabajo de casa, pero no estoy

seguro de que ello sea malo. Muchos padres agradecen el privilegio que han tenido sus hijos de estudiar estos cursos".

También en este caso, como era de esperar, hemos hallado algunos padres que no están satisfechos con las nuevas matemáticas. Uno de esos padres escribió: "Saque de ese curso a mi hijo y póngalo en una clase de matemáticas". Por otra parte, se han registrado casos en que algunas familias que se han trasladado a una nueva región, han tratado de radicarse en un distrito escolar en el que se ha establecido uno de los programas mejorados. La evidencia presentada por los integrantes de los comités indica claramente que los padres que han recibido información adecuada tienen, en general, simpatía por los esfuerzos de las escuelas encaminados a mejorar el nivel de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de estos nuevos materiales de instrucción.

* * *

También los maestros han presentado sus propios puntos de vista sobre los resultados obtenidos. Como era de esperar, hay varias referencias al programa del UICSM, el único que ha sido ensayado el tiempo suficiente como para dar información sobre el rendimiento de los estudiantes en el colegio.

47

▲ "Refiriéndome a lo logrado por el grupo en conjunto he quedado sorprendido de la habilidad de los estudiantes para comprender los conceptos del curso así como del alto nivel en el que son capaces de pensar".

▲ "Creemos que los estudiantes tienen una mejor oportunidad de aquilatar lo que son las matemáticas, de aprender que se trata de un producto viviente y en crecimiento de la mente humana y no de un conjunto de artificios formulados hace siglos. Por esto es nuestro parecer que estamos en mejores condiciones de identificar a los estudiantes que tienen realmente habilidad matemática, y esta identificación es hoy particularmente significativa. Con demasiada frecuencia, en el pasado, algunos estudiantes con verdadera habilidad matemática han pasado desapercibidos, se han aburrido con la rutina y memorismo de nuestros cursos y no han sobresalido en evaluaciones conectadas con tales rutinas. Estos mismos estudiantes no podrán aburrirse con los textos del SMSG".

▲ "Muchos de esos alumnos del UICSM rindieron pruebas ante la Comisión de Exámenes de los Colegios y los resultados se comparan ventajosamente con aquéllos obtenidos por estudiantes de los programas tradicionales que rindieron las mismas pruebas.

Esperamos que a medida que pase el tiempo y progrese estetrabajo, se incluirá en los exámenes más matemáticas modernas de las contenidas en este programa y otros similares. Ya hemos tenido cuatro promociones que han estudiado con este programa y la mayor parte de los estudiantes han logrado ingresar en escuelas de alto nivel y han trabajado bien en el campo de las matemáticas.

▲ "Actualmente estamos en el sexto año en que se enseña los textos de la UICSM. Nuestro rendimiento en las pruebas de competencia en matemáticas superiores en las comisiones de colegios, fue este año más alto que nunca".

▲ "¿Qué ocurre con los estudiantes que han seguido cuatro años con los textos del UICSM y que han pasado al colegio?. Tenemos dos grupos de esos estudiantes, quienes informan que han sido exonerados de ciertos cursos de matemáticas y se les ha permitido a veces seguir cursos superiores".

* * *

48

El punto de vista que prevalece entre los maestros informados es el de que las matemáticas escolares continuarán cambiando. Como consecuencia el maestro debe proponerse a continuar su propia educación indefinidamente. Las frases siguientes expresan el consenso sobre este punto:

▲ Nosotros, como los alumnos, aprendemos mientras trabajamos, e independientemente de cuál pueda ser el futuro de los programas de matemáticas y de cuáles sean los textos que se estudien dentro de diez años, pensamos que el uso de los textos del SMSG con sus diferentes métodos de ataque, nos convertirán en mejores maestros ampliando la comprensión de las matemáticas que enseñamos.

4

COMO ESTABLECER UN NUEVO PROGRAMA DE MATEMATICAS EN SU ESCUELA

•W. Eugene Ferguson*

Cuando hablamos de "el nuevo programa de matemáticas" no queremos decir que sólo hay un nuevo programa, ya que en verdad hay muchos. Lo que queremos indicar es que un buen programa para nuestra época, difiere grandemente de un programa de hace pocos años.

Quiero referirme a un nuevo programa para cada escuela. Como en cierto sentido cada escuela es única, en última instancia debe desarrollar su propio programa que será único, a pesar de sus muchas analogías con los programas de otras escuelas.

El problema de introducir un nuevo programa de matemáticas en las escuelas secundarias (grados 7° a 12°) es muy complejo. No existe una fórmula que se pueda aplicar para todas las escuelas. He aquí algunas diferencias características que hacen aún más difícil el prescribir un método único para establecer un nuevo programa de matemáticas:

- ▲ "El tamaño de las escuelas varía desde las más pequeñas con menos de cien alumnos hasta las muy grandes con varios miles de estudiantes".
- ▲ "El porcentaje de alumnos capaces de seguir estudios superiores varía grandemente de escuela a escuela".
- ▲ "Las capacidades y el adiestramiento de los maestros de matemáticas varían grandemente. Algunos maestros han estudiado poco o nada de las matemáticas universitarias mientras que otros han cumplido 60 o más créditos".
- ▲ "La actitud de la comunidad hacia los programas de matemáticas varía. Algunas comunidades manifiestan apatía y desgano para alterar el status quo, otras muestran entusiasmo con los

*El Dr. Ferguson es el Jefe del Departamento de Matemáticas de la Escuela Secundaria Newton, Newtonville, Massachusetts.

cambios, pero tropiezan con la resistencia de los maestros que no están preparados en los métodos más nuevos de las matemáticas".

Como el establecimiento de un nuevo programa de matemáticas es un problema individual único para cada escuela, no puedo decir específicamente cómo se debe proceder en una escuela particular. Sin embargo, puedo describir las técnicas que han resultado útiles en varios sistemas escolares, y así lo haré. Será tarea de cada uno, el elegir aquellas ideas que se encuentren apropiadas y formular algunas de ellas en forma funcional para la situación particular de que se trate. Presentaré ciertas ideas que considero esenciales, así como argumentos en su favor. Al mismo tiempo me doy cuenta clara de que puede resultar necesario variar ligeramente las ideas o técnicas al aplicarlas.

ETAPAS DE LA REALIZACION

He aquí ocho etapas que considero básicas para el proceso de realización. Analizaré cada una de ellas, describiendo y evaluando las técnicas conforme vayan apareciendo. Existe necesariamente alguna superposición de técnicas entre las etapas, como se verá en la discusión:

50

1. Reconocimiento por parte de las autoridades escolares de la necesidad de un nuevo programa de matemáticas.
2. Preparación adecuada de los maestros en las matemáticas que se están enseñando por primera vez en las escuelas secundarias.
3. Elección de un nuevo programa.
4. Selección de los estudiantes para el programa.
5. Información a los padres de familia sobre el nuevo programa.
6. Información a otros miembros pertenecientes al sistema escolar sobre el nuevo programa y de sus efectos sobre el programa de matemáticas K-12 (Kindergarten y 12° grados).
7. Continuación de la preparación de los maestros para enseñar el nuevo programa en los años superiores y elementales.
8. Previsión del tiempo adecuado y compensación económica necesaria para realizar el nuevo programa año tras año.

Quienes hemos establecido nuevos programas de matemáticas, aun tan recientemente como tres años atrás, reconocemos que el trabajo de realización ha cambiado. Este trabajo cambia aun de año a año debido al formidable crecimiento de los nuevos programas de matemáticas y de la disponibilidad general de los materiales de enseñanza para ellos.

1. Reconocimiento de la Necesidad

La primera de las ocho etapas es en realidad un requisito previo para el cambio, pues las autoridades de la escuela deben reconocer la necesidad antes de que se pueda efectuar cualquiera innovación. Las autoridades escolares comprenden: los maestros y supervisores de matemáticas, superintendentes, dirigentes y sus asistentes a cargo del desarrollo del plan de estudios, y los comités o comisiones escolares--en realidad, toda persona responsable en alguna forma de los programas escolares. La pregunta por responder es: ¿Cómo se desarrolla en una escuela el reconocimiento de la necesidad de un nuevo programa?

Muchos maestros se han interesado en los nuevos programas de matemáticas como resultado de la lectura de informes en "El Maestro de Matemáticas" (The Mathematics Teacher) y "El Maestro de Aritmética" (The Arithmetic Teacher), que son las publicaciones profesionales del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas. Los maestros han tenido conocimiento de los nuevos programas y de los nuevos textos en los institutos de matemáticas auspiciados por la Fundación Nacional de Ciencias, y a menudo vuelven a sus propias escuelas e incitan a sus colegas a comparar los programas tradicionales de matemáticas con uno de los más nuevos.

51

Los directores y superintendentes de algunas escuelas han prestado apoyo a los maestros para que concurren a los institutos de verano y a los de año académico, auspiciados por la Fundación Nacional de Ciencias. Algunos administradores han dispuesto el pago de los gastos para los maestros que concurren a las escuelas de verano.

Es un hecho claro que los maestros reconocen la necesidad de efectuar un cambio tan pronto como se enteran de las matemáticas más nuevas que se están enseñando con éxito en las escuelas secundarias.

Sin embargo, algunos maestros han manifestado que ellos se encontraban listos para comenzar un nuevo programa de matemáticas, pero no han podido conseguir la cooperación de la administración. No había dinero disponible para ayudar al establecimiento del programa. El establecimiento de un nuevo programa de matemáticas representa un esfuerzo conjunto tanto de los maestros de matemáticas como de la administración de la escuela. Es posible que los maestros no puedan hacerlo solos, pues necesitan la simpatía, el aliento y la ayuda efectiva de la administración.

Los administradores se enteraron de los nuevos programas por el informe "Nuevos Desarrollos de las Matemáticas en la Escuela Secundaria" de 190 páginas, publicado en el número de mayo de 1959 del Boletín de la Asociación Nacional de Administradores de Escuelas Secundarias. Se puede obtener una copia de este informe en el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas.

El informe del Comité para los Programas de la Escuela Secundaria del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas, que se publicó en el número de mayo de 1959 de "El Maestro de Matemáticas", presenta las conclusiones de once subcomités y da orientaciones para reforzar y mejorar la educación matemática en las escuelas secundarias. También se pueden conseguir copias de este informe.

En el informe "Estudios sobre la Educación Matemática--Una Breve Encuesta sobre los Programas Mejorados de las Matemáticas Escolares", publicado por Scott, Foresman & Co., se hace un análisis rápido de los nuevos programas de matemáticas que han ganado cierta medida de reconocimiento nacional.

2. Preparación Adecuada de los Maestros

52

La preparación adecuada de los maestros de las matemáticas que se enseñan ahora por primera vez en las escuelas secundarias es una etapa siguiente natural a la del reconocimiento de la necesidad de un nuevo programa de matemáticas. En general, cuando las autoridades de la escuela están convencidas de que se necesita un nuevo programa, se dan cuenta al mismo tiempo de que sus maestros deben estar convenientemente preparados. ¿Cómo han preparado los sistemas escolares a los maestros de los nuevos programas? En algunos casos los maestros han concurrido a los institutos de verano, donde han estudiado matemáticas básicas; además, han participado en seminarios sobre uno de los nuevos programas, por ejemplo: UICSM, SMSG o UMMaP; o han estudiado los apéndices del informe de la Comisión de Matemáticas de la Junta para los Exámenes de Ingreso a los Colegios. Algunos institutos de verano han ofrecido clases demostrativas en las que los maestros han podido observar cómo se enseñan las nuevas materias a los estudiantes de la escuela secundaria. En tales clases de demostración se ha utilizado el método del descubrimiento del UICSM.

Muchas escuelas han contratado los servicios de matemáticos interesados en los nuevos programas de la escuela secundaria; estos matemáticos han dictado cursos de matemáticas a los maestros en servicio, según los nuevos métodos recomendados

por los diferentes grupos que desarrollan los nuevos programas. Cuando un sistema escolar no puede disponer de tales servicios en forma particular, puede llegarse a un arreglo entre varios sistemas escolares a fin de ofrecer conjuntamente estos cursos a sus maestros. Si el jefe del departamento de matemáticas, o un miembro de tal departamento, tiene preparación adecuada, puede dictar los cursos en servicio.

Algunos colegios ofrecen, dentro de sus programas que otorgan créditos, un curso sobre programas y métodos en matemáticas accesible a muchos sistemas escolares de su región. El nuevo contenido matemático constituye la mayor parte de tales cursos, pero el método del descubrimiento para la enseñanza recibe también alguna atención. Es evidente que se deben considerar dos aspectos en el adiestramiento de los maestros que enseñarán los nuevos programas: (a) la enseñanza del contenido de las nuevas matemáticas y las técnicas para enseñarlo, y (b) la enseñanza de los nuevos métodos para el estudio del contenido de las matemáticas conocidas. Para muchos maestros el segundo aspecto es el más difícil.

Las escuelas que inician programas nuevos obrarían sabiamente si adoptaran una sugerencia del SMSG y pusieran al alcance de los maestros la asistencia profesional necesaria a medida que avanzan por primera vez en un nuevo curso. Cada dos o tres semanas, algunos departamentos han encontrado útil tener disponible un matemático consultor para que responda a las preguntas que se formulen en las sesiones con los maestros. Cuando esto no es posible, puede bastar un maestro de secundaria adiestrado convenientemente en un tema particular. Sin embargo, por lo menos durante la primera época del establecimiento de un nuevo curso se debe tener ayuda competente a disposición de los maestros. En general, la mejor ayuda viene de un supervisor que conoce las matemáticas y ha enseñado las nuevas materias, de manera que esté familiarizado con las reacciones que provocan.

En las escuelas que no disponen de un matemático calificado para dirigir los estudios, se han formado grupos de maestros para estudiar el material del SMSG y/o del UICSM, utilizando los comentarios de los maestros y los conocimientos combinados del grupo. Este procedimiento es recomendable para aquellos sistemas escolares que no tengan fácil acceso a otras oportunidades de educación para sus maestros. Tales grupos necesitan líderes, y los maestros que han concurrido a los institutos de verano pueden desempeñar este papel muy bien. Naturalmente, se requieren tacto y diplomacia, pero el esfuerzo realizado se ve compensado por los resultados que se obtienen en el mejoramiento de los programas de matemáticas.

Quienes hemos estado trabajando con estos nuevos textos durante los últimos cuatro años, hemos experimentado que cuando el cuerpo docente de una escuela ha llegado a adiestrarse bien en un nuevo programa, las llamadas clases tradicionales de la escuela también han tomado nuevo aspecto. Naturalmente, esto es precisamente lo que deseamos, y con el tiempo los nuevos programas se establecerán completamente. El cambio será aun más rápido de lo que muchos habríamos osado soñar como posible.

3. Elección del Programa

El tercer paso en el establecimiento de un nuevo programa, después de que los maestros han adquirido conocimientos sobre los métodos más modernos para la enseñanza de las matemáticas, es la elección del nuevo programa. Es importante que los maestros estén familiarizados con varios de los programas nuevos antes de elegir un programa específico. Es muy corriente que un jefe de departamento autoritario decida por cuenta propia usar el programa del UICSM, el SMSG u otro, o una combinación de dos o más de ellos, y luego proceda a que el equipo de maestros de su departamento se prepare convenientemente. Sin embargo, es dudoso que se pueda hacer una elección inteligente a menos que alguien, entre los encargados de tomar la decisión, esté bien informado del contenido de los diferentes programas, de las técnicas pedagógicas y de los materiales disponibles.

54

Se me ha indicado en diferentes oportunidades que algunos administradores y comisiones escolares han decidido establecer nuevos programas de matemáticas en su escuela en setiembre, ¡sin haber decidido en julio quién los enseñaría!. Naturalmente, los maestros de matemáticas de tales escuelas estaban preocupados, y tenían razón para estarlo. Nunca se debe pedir a un maestro que enseñe un nuevo programa sin haber recibido anticipadamente el adiestramiento necesario. Por otra parte, algunos maestros han tenido aviso y tiempo abundante para que se preparen en la enseñanza de un nuevo programa de matemáticas, pero no lo han hecho. Otros maestros afrontan serios problemas para prepararse, y sobre este punto tendré algo más que decir en la etapa séptima.

Independientemente de quién elige el nuevo programa, se debe prever en forma adecuada para que los maestros reciban adiestramiento apropiado y sean capaces de supervisar los cursos hasta su término en el grado 12°. Esto no quiere decir que el programa elegido deba ser el mismo a través de todos los grados, sino que el nuevo programa debe tener alguna especie de continuidad hasta el grado 12°. En ningún momento deben sentir los

maestros que se les ha dejado "abandonados" sin provisiones para una adecuada etapa posterior. Muchos maestros sienten que por lo menos al comienzo deben elegir un programa y permanecer dentro de él. Esto no es imprescindible si los maestros en referencia saben cómo combinar dos o más programas para hacer uno bueno. Sin embargo, esta tarea no es fácil.

Se recomienda a todos los maestros que pongan en sus clases de educación secundaria el máximo contenido posible de matemáticas nuevas, aun cuando utilicen textos corrientes. Es obvio que no pueden cambiarse inmediatamente todos los textos, pero los cursos se pueden mejorar de inmediato si los maestros estudian, aprenden y enseñan el contenido de los nuevos programas aunque no esté en los textos. Naturalmente, esto es más difícil que adoptar uno de los programas nuevos y además es menos efectivo.

Hay tres puntos sobre los que quisiera insistir, en relación con la elección de un nuevo programa:

▲ "Quienquiera que tenga la responsabilidad de tomar la decisión debe estudiar los diferentes programas y decidir sobre esta base cuál o qué combinación de dos o más de ellos es adecuada para el cuerpo docente y los alumnos de su escuela".

▲ "Los maestros deben estar preparados en forma adecuada antes de comenzar el programa. Deben efectuarse los arreglos necesarios a fin de asegurar el adiestramiento ulterior de los maestros para continuar el programa hasta el grado 12°. La preparación del maestro a través de los grados debe mantenerse adelante en relación con el desarrollo del programa".

▲ "Debe contarse con ayuda profesional adecuada para asesorar a los maestros a medida que avanzan por primera vez en los nuevos cursos".

4. Selección de los Estudiantes

La cuarta etapa es la selección de los estudiantes que seguirán el nuevo programa. En el programa del UICSM, se encontró que el maestro trabaja mejor, y se siente más a gusto la primera vez que dicta el curso, cuando tiene un grupo homogéneo de alumnos de habilidad superior al promedio. Muchos programas nuevos están dirigidos a estudiantes capaces de seguir estudios universitarios, y los mejores de este grupo representan probablemente el 25% del alumnado. Después que el maestro ha dictado una vez el curso, puede enseñarlo con mayor facilidad a un grupo cualquiera de estudiantes capaces de realizar estudios superiores.

En sistemas escolares grandes, las secciones más aprovechadas deben avanzar más rápidamente y penetrar más profundamente en las nuevas materias que los otros grupos promedios. Aun donde es imposible formar grupos homogéneos, los maestros están introduciendo los nuevos cursos con éxito.

La realización de los nuevos programas costará más dinero ya que en muchas escuelas las clases deben ser pequeñas a fin de agrupar estudiantes de calidad óptima para comenzar los programas. En algunos casos debe añadirse un nuevo maestro a fin de evitar que crezca mucho el número de alumnos de las clases que siguen los cursos tradicionales.

Es demasiado prematuro para hacer predicciones sobre los nuevos programas, pero relataré la experiencia que hemos obtenido en mi propia escuela secundaria. En el año escolar de 1959-60 tuvimos dos maestros bien preparados enseñando los textos de geometría del SMSG a 130 alumnos del segundo año (distribuidos en cuatro clases). Los estudiantes no fueron seleccionados, salvo el hecho de que todos seguían los programas preparatorios para la universidad. Aunque es probable que nuestro sistema de evaluación haya sido imperfecto, es significativo el señalar que cuando se comparó a estos alumnos con los de un curso tradicional de geometría, los mejores estudiantes del nuevo programa rindieron más, mientras que el rendimiento de los estudiantes malos fue inclusive más pobre.

56

Uno de los resultados importantes de nuestro experimento es que los maestros esperan no volver jamás a los textos tradicionales de geometría. Confían en que a medida que adquieran mayor experiencia con los nuevos programas podrán enseñar cada vez mejor a los estudiantes menos hábiles. Como consecuencia, instamos a las escuelas para que comiencen los nuevos programas con los grupos homogéneos mejores. Esto significa, naturalmente, que cada escuela tendrá las llamadas clases tradicionales así como clases que utilizan el nuevo programa. Sería realmente una escuela excepcional la que tuviera todo su cuerpo de maestros de matemáticas listo desde el comienzo para enseñar un nuevo programa en todas las clases. Pero si una escuela, pequeña o grande, contara con todos los maestros preparados para hacerlo, es conveniente apresurar su introducción en todas las clases de matemáticas preparatorias para el colegio. Empezaremos a disponer de materiales de estudio para niños de capacidad media o para niños lentos a medida que sepamos cómo hacer comprender las nuevas materias a los estudiantes de capacidad limitada.

Una combinación adecuada de algunas partes del primer curso

del UICSM y de los cursos para los grados 7° y 8° del SMSG, en manos de un maestro experimentado en los nuevos programas, se puede convertir en un curso interesante y atractivo de matemáticas generales para el décimo grado.

Juzgando por lo alcanzado por estudiantes en los nuevos programas, se ha hecho evidente para muchos maestros que hemos subestimado los alcances matemáticos de nuestros estudiantes, particularmente entre los grados 4° y 9° inclusive. La selección de los estudiantes para los nuevos programas preocupa a algunos maestros, que manifiestan: "No tengo suficiente número de alumnos que puedan dominar estas materias, con quienes se pueda formar siquiera una clase; es muy difícil para ellos". La experiencia obtenida con muchos excelentes maestros de matemáticas tradicionales indican que éstos tienen más dificultad que los estudiantes en cambiar a un nuevo programa.

La razón es clara, pero se trata de un punto que aun los maestros comprenden con dificultad. No es fácil, para nosotros los maestros, cambiar nuestra manera de ver las matemáticas. Durante años nos hemos formado ciertas reacciones y formas de expresión al enfocar un problema matemático. Para muchos de esos problemas, los nuevos programas han cambiado los métodos de ataque y el lenguaje, y también en muchos casos el simbolismo. Como el alumno no ha estudiado antes estas materias, no encuentra en ellas absolutamente nada de extraño; en el caso de los maestros, sin embargo, están obligados a "desaprender" u olvidar los viejos métodos y aprender los nuevos. Esto es difícil, pero conduce a un buen argumento en favor de los nuevos programas: están escritos de manera que el estudiante no tiene que "desaprender" nada cuando entra en un curso moderno de matemáticas universitarias. Los nuevos programas se acomodan bien dentro del lenguaje de las matemáticas avanzadas, puesto que presentan la materia en la forma en que la ve y se refiere a ella el matemático de hoy.

57

5. Información a los Padres

La quinta etapa en el proceso de establecimiento de un nuevo programa consiste en informar a los padres sobre el mismo. Muchos padres llegan a incomodarse cuando no pueden hacer la tarea de casa de Juanito; la transición será más suave si los padres tienen conocimiento sobre los objetivos de los nuevos programas. El UICSM ha estado trabajando en un nuevo programa de matemáticas desde 1952 y a continuación describiré algunas de las experiencias que resultaron de la introducción del programa. Se programaron sesiones del PTA para discutir el programa

del UICSM. Un maestro organizó en una escuela un cursillo para enseñar a los padres los nuevos métodos, a pedido de los padres interesados.

En mi propio sistema escolar, cada escuela secundaria de primer ciclo organizó durante los dos o tres primeros años, reuniones anuales con los padres de los alumnos invitados a estudiar los programas del UICSM. No hemos encontrado necesario discutir en una reunión pública el programa de estudios para la secundaria del SMSG, pues muchos de los padres habían ya participado en una reunión sobre el programa del UICSM para el primer ciclo secundario. Una vez que se ha presentado un nuevo programa a los padres, es casi innecesario el reunirse con ellos todos los años. Sin embargo, cuando el programa tiene mayor alcance, es decir que abarca grados de nivel inferior, deben entonces organizarse reuniones para los padres de esos alumnos. En otras palabras, los padres deben ser informados sobre los nuevos métodos de enseñanza de las matemáticas en el momento en que sus hijos comienzan los nuevos programas.

58

Aunque se han escrito muchos artículos sobre los nuevos programas de matemáticas, una discusión con los padres de familia sobre el nuevo programa que se adopte, inspirará en ellos mayor interés y les permitirá comprender mejor la posición de la escuela si los nuevos programas resultan difíciles para algunos alumnos. Aunque los maestros creen que los nuevos programas son mejores, algunos estudiantes tendrán dificultades con ellos. Si no se ha preparado adecuadamente a los padres, éstos culparán al programa de las dificultades de sus hijos. Por ejemplo, el estudiante con capacidad excelente para memorizar en forma mecánica puede encontrar que el "pensar por sí mismo" algunos de los nuevos conceptos de las matemáticas requiere un mayor esfuerzo mental del que está dispuesto a hacer, y como resultado su calificación baja. Creemos que la memorización mecánica tiene corta vida, quedando al final muy pocas matemáticas aprendidas que puedan servir años más tarde. Pero, debemos convencer a los padres de los estudiantes de esta opinión.

Otra manera de informar a los padres sobre un nuevo programa de matemáticas es enviar a su casa, con el propio estudiante, un informe de una o dos páginas sobre el programa, indicando sus objetivos y las esperanzas de la escuela de que se realice con éxito. Debemos tener razones definidas para creer que el nuevo programa es mejor; si no fuera así, ¿por qué molestarnos en cambiar?. Muchos padres quieren conocer las razones exactas del cambio. Además, es conveniente que los maestros expresen en palabras sus impresiones y establezcan con precisión por qué prefieren el nuevo programa.

Los padres serán gratamente sorprendidos con el hecho de que los estudiantes de los nuevos programas rinden satisfactoriamente los exámenes tradicionales; esto significa que han dominado las materias tradicionales. Además, han aprendido nuevo material y han mostrado un entusiasmo por las matemáticas que muchos de ellos no tenían anteriormente. Otro punto importante que no debe pasar desapercibido es el hecho de que el Servicio Educativo de Examinación ("Educational Testing Service") prepara nuevas Pruebas Estandarizadas de Rendimiento (Cooperative Achievement Tests) que cubren las materias de los nuevos programas. He revisado algunas de estas pruebas, y estoy seguro de que mis alumnos que aún estudian matemáticas en los textos tradicionales no tendrían mucho éxito con ellas, mientras que los que siguen algunos de los nuevos programas podrían rendir muy buenas pruebas. Las pruebas de la Junta para los Exámenes de Ingreso a los Colegios también están cambiando.

6. Información a Otras Personas Dentro del Sistema Escolar

La sexta etapa consiste en informar a los otros miembros del sistema escolar sobre el nuevo programa y sus efectos en el plan de estudios de matemáticas desde el kindergarten hasta el grado 12°. Es importante que los otros departamentos del sistema escolar estén enterados del nuevo programa de matemáticas; tal información les ahorrará situaciones embarazosas cuando alguien les haga preguntas al respecto.

59

Existe otro aspecto dentro de esta etapa que es aún más importante. Cada sistema escolar debe establecer medios de comunicación entre todos los maestros de matemáticas, desde los del kindergarten hasta los del grado 12°, y toda otra persona responsable del plan de estudios de matemáticas, de manera que se puedan estudiar los efectos del nuevo programa en todos los grados. Consideremos las antiguas críticas de la instrucción matemática, los maestros del segundo ciclo secundario culpaban a los del primer ciclo y éstos a los de la escuela primaria por pasar al nivel siguiente a estudiantes inadecuadamente preparados. Para eliminar tales críticas debemos coordinar los programas desde el kindergarten hasta el grado 12° de manera que todo estudiante pase al curso inmediato superior que mejor satisface sus necesidades.

En vista de que el programa del MSG está suministrando materiales de instrucción para los grados 4° hasta 12°, es evidente la necesidad de coordinar. Para que un niño que comienza el programa del MSG en el grado 7° pueda alcanzar el máximo beneficio de su experiencia, su adiestramiento desde el grado 1°

hasta 6° debe ser muy distinto de como lo es hoy en la mayor parte de las escuelas.

El programa del UICSM puede comenzar en el grado 8° con niños seleccionados, o en el grado 7° con niños excepcionalmente capaces. También en este caso es aconsejable efectuar cambios en las actividades desde los grados 1° al 6°, así como desde los grados 9° hasta 12°. Desde un punto de vista práctico, el maestro del primer ciclo secundario (grados 7°, 8° y 9°) debe conocer el programa del segundo ciclo secundario (grados 10°, 11° y 12°); y el maestro de enseñanza elemental (grados 1° a 6°) debe conocer por lo menos los programas para los grados 7°, 8° y 9°. Por lo tanto, para la mayor parte de las escuelas es necesario instituir un sistema de cursos para el adiestramiento de maestros en servicio a fin de instruirlos en las nuevas matemáticas que se supone deben enseñar, y para mostrar cómo éstas encajan entre los niveles precedentes y siguientes. Los maestros del primer ciclo secundario deben ser invitados a los cursos de educación en servicio sobre temas del segundo ciclo secundario, una vez que dominen el contenido matemático de los grados 7°, 8° y 9°. El maestro del segundo ciclo secundario debe conocer, ciertamente, el contenido de los cursos y los métodos de enseñanza utilizados en los grados 7°, 8° y 9°.

60

7. Continuación de la Preparación del Maestro

La séptima etapa, referente a la continuación de la preparación del maestro para llevar a cabo el nuevo programa en grados superiores e inferiores, tiene muchos aspectos que debemos explorar. Hemos dicho que una vez que se ha comenzado un nuevo programa en un grado particular, se deben tomar las medidas del caso para continuarlo hasta el grado 12°. Mientras no sea absolutamente necesario, debe considerarse cuidadosamente toda separación a este plan.

La experiencia ha demostrado que los sistemas escolares suficientemente grandes deben tener por lo menos dos maestros en cada edificio enseñando el mismo curso nuevo. Es difícil ser un "lobo solitario" en esta clase de proyectos, por razón de que se necesita poder comentar los problemas que se presentan. A fin de desarrollar un lenguaje preciso en matemáticas se requiere practicarlo con los colegas maestros, quienes pueden indicar las proposiciones ambiguas e inexactas. No puede esperarse en el alumno el dominio cabal de este lenguaje hasta que haya oído usarlo a su maestro por un período de tiempo considerable. Los hábitos y expresiones antiguos son difíciles de cambiar; quienes están acostumbrados al lenguaje tradicional de las matemáticas

necesitan tiempo para aprender el nuevo simbolismo y usarlo como propio.

Todos los grupos que han estado desarrollando los nuevos cursos de matemáticas para la escuela secundaria han reconocido la necesidad de reeducar a los maestros en el nuevo contenido y en los nuevos métodos de estudio. El proyecto del UICSM ha ofrecido conferencias de verano a los maestros de sus cursos. El contenido de los programas del SMSG y del UICSM y las recomendaciones de la Comisión de Matemáticas se enseñan y analizan actualmente en muchos institutos de verano auspiciados por la Fundación Nacional de Ciencias. Cada vez hay más centros de formación para maestros y universidades que incluyen las nuevas materias en su plan de estudios y cursos de métodos en matemáticas. Sin embargo, es inevitable que al comienzo sean algo limitadas las oportunidades para obtener preparación adecuada en los nuevos cursos.

Algunas escuelas han organizado cursos en servicio para la educación matemática, dictados por un miembro de su propio personal docente o por un matemático de algún colegio vecino. Estos cursos preparan a los maestros para abordar el curso siguiente en la secuencia del nuevo programa. Algunas escuelas han reducido de 5 a 4 el número de lecciones obligatorias para los maestros que enseñan un nuevo programa a fin de darles tiempo para su propia preparación.

Durante el año de experimentación con la edición preliminar de los cursos del SMSG, un matemático sirve de consultor a un grupo de ocho o diez maestros que enseñan el mismo curso. Los informes de los maestros indican que este tipo de ayuda profesional les da la seguridad y la confianza que necesitan para desempeñarse perfectamente. Asimismo, las preguntas que plantean los maestros sobre el contenido matemático y la manera como éste encaja en el cuadro total de las matemáticas pueden obtener respuesta rápida y efectiva

A fin de prestar apoyo a un nuevo programa, todo sistema escolar debe adquirir una biblioteca adecuada bien provista de material de referencia para estudiantes y maestros. Existe abundantemente material bibliográfico nuevo que puede ser leído independientemente por los estudiantes, y es necesario que éstos aprendan a usar una biblioteca para estudiar matemáticas. Este tipo de adiestramiento es muy importante ya que desarrolla en el estudiante la habilidad de estudiar con independencia. La biblioteca es también muy útil para los maestros, especialmente cuando estudian los nuevos programas.

Cuando se introduce un nuevo programa a cualquier nivel comprendido entre los grados 7° y 12°, se hace evidente la necesidad de modificar los estudios en el grado de nivel inmediato inferior a fin de preparar a los estudiantes en forma conveniente para el nuevo programa. Cualquiera que sea el grado en el que comienza el nuevo programa, se deben introducir cambios en los grados de nivel inferior, y debe continuarse el programa hasta el grado 12°. Se podría decir en tal caso que sería lógico comenzar el nuevo programa en el kindergarten y luego desarrollarlo año tras año. Estoy de acuerdo en que debemos comenzar ahora en el kindergarten, pero también debemos comenzar en todos los grados. La clase actual de último grado no debe graduarse sin tener algún conocimiento del nuevo contenido y de los nuevos métodos. Como es natural, esto crea alguna confusión, pero ese es el precio que tenemos que pagar por el cambio acelerado que ahora es tan esencial. Si se hubiera incorporado gradualmente en mayor proporción los cambios que fueron recomendados entre 1900 y 1950, no nos veríamos forzados a hacer cambios apresurados.

8. Tiempo y Compensación Adecuados para Realizar los Nuevos Programas

62

Debe hacerse comprender claramente a la dirección de las escuelas que el nuevo programa de matemáticas aumentará los gastos de libros y materiales, y este aumento debe presupuestarse de manera que haya el dinero disponible.

Los maestros que participan en el nuevo programa necesitan tiempo para estudiar y prepararse. Las labores y obligaciones extraprogramáticas deben reducirseles a un mínimo. Se deberá disponer de más ayuda administrativa para aliviar a los maestros. En efecto, si los maestros gastan tiempo haciendo tareas administrativas resultan auxiliares bastante caros ya que muchos de ellos hacen estas tareas con menos eficacia que las buenas secretarías.

Debe darse compensación adecuada. En épocas pasadas, las escuelas pagaban a los maestros para escribir nuevos programas de estudio durante el verano. Muchas veces esos maestros se limitaban a remendar el antiguo contenido tradicional; ciertamente, esto no mejoraba el curso.

* * *

Estoy seguro, y es obvio, que el establecimiento de un nuevo programa de matemáticas no se logra en ocho etapas exactas, nítidas, ordenadas. Muchas de las ideas presentadas aparecen

simultáneamente. Cada escuela tiene sus propios problemas; lo mejor que podemos hacer es indicar cómo han resuelto los suyos algunos sistemas escolares. Ustedes tienen que determinar qué método funcionaría mejor en el caso de su escuela.

INCLUSION DE ESTUDIOS SUPERIORES EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA

Los nuevos programas a que me he referido en esta exposición no comprenden el llamado Programa para la Inclusión de Cursos Avanzados—introducción del cálculo y la geometría analítica en el último año de la escuela secundaria—que es adoptado cada vez más en las escuelas. Los resultados de las pruebas correspondientes a esos cursos avanzados, rendidas en mayo de 1960, indican que muchos estudiantes no estaban preparados. No intentaré analizar el por qué de esta falta de preparación sino que más bien delinearé lo que se considera como un método bueno para establecer un verdadero curso de cálculo y geometría analítica en el último año de la enseñanza secundaria.

Antes de que el departamento de matemáticas ofrezca un curso anual de cálculo y geometría analítica, la escuela, los maestros y los estudiantes deben satisfacer ciertas condiciones.

63

La escuela debe ofrecer un programa tal que permita al estudiante completar los requisitos previos para el estudio del cálculo y la geometría analítica al final del grado 11°. En algunas escuelas estos requisitos se reducen al álgebra elemental en el grado 8°, a álgebra intermedia en el grado 9°, a geometría plana y del espacio en el grado 10°, álgebra de colegio, trigonometría y algo de geometría con coordenadas en el grado 11°. Para estudiantes muy ingeniosos es posible estudiar álgebra elemental en el grado 9° y luego hacer dos años en el grado 10° (geometría y álgebra intermedia), pero no recomiendo este procedimiento. Hemos hecho esto durante siete años en la escuela a que pertenezco, pero estamos cambiando de método, comenzando con el programa del UICSM en el grado 8°. Encontramos también que algunos estudiantes pueden reducir todo un año de trabajo en las seis semanas de una escuela de verano si tienen el fuerte empeño de seguir el curso de cálculo en el último año.

Debe haber en el cuerpo docente de la escuela por lo menos un maestro que pueda dictar un verdadero curso de cálculo al nivel del colegio, como se indica en el programa de estudios superiores de la Junta para los Exámenes de Ingreso a los Colegios

(College Entrance Examination Board). Muchos maestros han regresado a la escuela para seguir nuevamente cursos de cálculo, y ahora enseñan con mucho éxito el curso en el último año de la escuela secundaria.

El estudiante debe tener suficiente preparación matemática para seguir el curso y debe estar dispuesto a invertir ocho a diez horas semanales en tareas de casa. Debe por lo tanto tener interés propio en el curso.

Si la escuela, el maestro y el alumno reúnen las condiciones para la realización de un programa de estudios superiores, el estudiante recibirá preparación adecuada para el examen respectivo.

¿POR QUE HACER CAMBIOS?

Los administradores de las escuelas preguntan: "¿Qué evidencia se tiene de que los nuevos programas de matemáticas son mejores que los antiguos? Con esos programas hemos producido algunos matemáticos de primera clase". Sin embargo, muchos de nosotros que hemos enseñado según los programas tradicionales sentimos que es un milagro el que algunos de nuestros estudiantes hayan llegado a ser matemáticos, teniendo en cuenta la manera como les hemos enseñado.

64

He aquí la evidencia que tenemos de que los nuevos programas representan un mejoramiento: los maestros se muestran muy entusiastas con los nuevos programas de matemáticas y las nuevas técnicas pedagógicas, los estudiantes muestran más interés y entusiasmo que nunca por las matemáticas; casi todos los maestros (si no todos) que trabajan con los nuevos programas (UICSM, SMSG, UMMaP, etc.) no quieren volver a enseñar según los textos tradicionales. Las matemáticas de los nuevos programas no son más fáciles, por el contrario, pero resultan mucho más interesantes y estimulantes tanto para los estudiantes como para los maestros. Creemos que al someterse a los estudiantes de los nuevos programas a las pruebas tradicionales, éstos tendrán un rendimiento aproximadamente tan bueno como los estudiantes de los cursos tradicionales. Si tal es el caso, los estudiantes que siguen los nuevos programas tienen los mismos conocimientos matemáticos que quienes han recibido la enseñanza de la manera tradicional, y tienen además muchas ideas y temas nuevos. En pruebas difíciles, tales como el Examen de Matemáticas Avanzadas de la Junta para Exámenes de Ingreso a los Colegios y el Examen de Competencia de la Asociación Matemática Americana,

los resultados son diferentes. En escuelas donde se ha usado el Programa del UICSM durante tres años o más, los alumnos que han seguido el nuevo programa han rendido notablemente más que los estudiantes de habilidad comparable que han seguido cursos tradicionales solamente.

Si mis alumnos que estudian según los nuevos programas pueden competir en los exámenes tradicionales, en las primeras etapas, con los alumnos que estudian en los textos tradicionales, estoy satisfecho. Se necesitará más tiempo para reunir mayor evidencia de la superioridad de los nuevos programas. Un maestro me pedía que dijera a los administradores y maestros que en vez de pedir ahora pruebas concluyentes de la superioridad de los nuevos programas, deberían tener fe en las experiencias de las otras escuelas que han utilizado los programas y los han encontrado muy satisfactorios. Soy lo bastante obstinado para decir que si mis colegas han tenido éxito con los nuevos programas, también puedo tenerlo yo. Espero que muchos maestros y administradores adoptarán esta actitud y perderán el temor a ensayar los nuevos programas.

Hay aún otra pequeña evidencia confirmatoria: muchos matemáticos eminentes han ayudado a producir estos nuevos programas de matemáticas y han certificado que el nuevo contenido matemático es correcto y significativo para nuestros tiempos.

65

¿ES FACIL ENSEÑAR MATEMATICAS?

Los administradores de escuelas no deben tener temor de iniciar un nuevo programa de matemáticas si los maestros están de enseñarlo.

En tiempos pasados los administradores creían que era tan fácil enseñar matemáticas--lo mismo año tras año--que cualquiera podía hacerlo. En consecuencia, asignaron clases a algunos maestros insuficientemente preparados en matemáticas. Los administradores deben abandonar la idea de que es fácil enseñar matemáticas. Ha pasado el tiempo en que los administradores podían designar a cualquiera de los miembros de su personal docente para enseñar matemáticas y lograr un programa aceptable. Las matemáticas no deben enseñarse hoy con el mismo contenido y técnicas que se utilizaban en el pasado.

CALCULO DE TIEMPO PARA EFECTUAR LOS CAMBIOS

He aludido muy superficialmente al problema de la coordinación cronológica en el proceso ordenado del establecimiento de un nuevo programa en una escuela. Seamos ahora un poco más específicos. Supongamos que queremos comenzar a enseñar según un nuevo programa en el otoño de 1964. Entonces, a más tardar en el otoño de 1963 nuestros maestros deben hacer un estudio intenso de los materiales disponibles y decidir cuál de los programas ofrece la sucesión de cursos, hasta el grado 12°, tal como la queremos. Más o menos el 15 de enero de 1964 debe tomarse una decisión, designar el maestro y comenzar inmediatamente el adiestramiento en servicio, utilizando los mismos textos que luego van a estudiar los alumnos. Este curso de adiestramiento en servicio debe ser seguido por todos los maestros, quieran o no enseñar en el programa de 1964-65.

Si el sistema escolar es bastante grande, un comité debe revisar los diferentes cursos que ofrecen los institutos de verano auspiciados por la Fundación Nacional de Ciencias, y estimular a los maestros para que soliciten participar en aquellos institutos que puedan prepararlos mejor para enseñar el programa adoptado por sus escuelas.

66

Durante el año escolar de 1964-65 se debe ofrecer a los maestros una preparación en servicio para el curso siguiente de la secuencia, la que debe ser obligatoria para todos los maestros de matemáticas de la escuela. Además, durante el año 1964-65, otros maestros calificados deben comenzar el programa, de preferencia enseñando el primer curso de la serie y prosiguiendo luego todo el programa o hasta donde estén preparados para llegar. Un plan ideal para el verano sería que un grupo de maestros participe en un mismo instituto a fin de que conformen un equipo lo antes posible.

La escuela debe pagar los salarios y gastos de estadía de todos aquellos maestros que excedan el límite de edad establecido por el instituto particular escogido.

Todo lo que se requiere es un comienzo modesto. La mejor manera de introducir un nuevo programa entre los maestros y los padres de los alumnos es mostrarlo en funcionamiento por lo menos en una clase de la escuela. Con todos los maestros estudiando el programa en cursos dictados en servicio, pronto los cursos tradicionales tomarán nueva forma.

Los maestros de matemáticas deberán dedicar mucho tiempo y trabajo para mantenerse al corriente de los nuevos programas, de su contenido y técnicas pedagógicas en los próximos años, y las escuelas deben encontrar una manera de compensarlos por este tiempo adicional. No debe descuidarse las técnicas pedagógicas, e independientemente del programa que se use, recomiendo tener en cuenta las películas para el Adiestramiento de Maestros del UICSM. Información a este respecto puede obtenerse del Prof. Max Beberman, Universidad de Illinois.

Espero haber inspirado en ustedes la sensación de urgencia que nos confronta, como nación, de establecer nuevos programas de matemáticas en nuestras escuelas. La labor no puede ejecutarse de un día para el otro, necesitándose más bien un esfuerzo diligente para no quedarnos atrás. Es evidente que la partida estaría perdida de antemano si esperamos antes de decidirnos hasta que aparezca un único programa como el programa de matemáticas, pues nunca habrá un programa de matemáticas.

Puesto que muchos sistemas escolares, grandes y pequeños, han establecido con éxito nuevos programas de matemáticas, tenemos la confianza de que, con la cooperación y el esfuerzo combinado de administradores y maestros, todo sistema escolar pueda tener un nuevo programa de matemáticas.

cierto éxito en sus estudios de matemáticas y ciencias naturales en los colegios, tiene todo el derecho de poner en tela de juicio tanto la necesidad como la superioridad de los nuevos programas. Además muchos de esos maestros se dan cuenta de que no están preparados para enseñar los nuevos programas y esto les produce una constante sensación de inseguridad. La solución radica en ayudarles a adquirir información sobre los nuevos programas. El director de la escuela podría hacer la siguiente reflexión a sus profesores de matemáticas: "estos nuevos programas han sido preparados por matemáticos y maestros, trabajando en conjunto, para impulsar en escala nacional el mejoramiento de las matemáticas escolares. Este hecho establece un caso prima facie en su favor, que no podemos ignorar. Informémosnos sobre los nuevos programas a fin de poder adoptar decisiones correctas con respecto a ellos". Algunos maestros aceptarán esta invitación inmediatamente y otros los seguirán. Creemos que a medida que los maestros se familiaricen con los nuevos programas presentarán menos oposición a ellos así como disminuirá su sentimiento de inseguridad, que puede haber sido el origen inconsciente de su resistencia. Es significativo notar que generalmente los maestros que han enseñado uno de los programas mejorados no estén dispuestos a volver a los textos y procedimientos tradicionales.

Si la mayor parte de los maestros de matemáticas se opone al cambio, no sería prudente obligarlos a adoptar un nuevo programa. Sin embargo, es razonable insistir en que se instruyan en los nuevos programas lo antes posible. Esta es su obligación profesional, y su supervivencia como maestros puede depender de ello. Entre tanto, es conveniente estimular a la minoría de buena voluntad para que siga adelante, apoyando sus esfuerzos en todas las formas posibles. Muchos maestros que se oponen a los cambios mudan de parecer cuando ven los resultados obtenidos por colegas que utilizan los nuevos programas. El entusiasmo sincero de los alumnos y maestros que usan los nuevos programas es contagioso.

69

Conquista del Apoyo Público

¿Cómo podemos convencer al público de que existe la necesidad urgente de mejorar los planes de la instrucción matemática de la escuela secundaria?

En su exposición, el Dr. Ferguson ha mencionado varios procedimientos que resultaron eficaces en su comunidad. He aquí algunas sugerencias adicionales.

- ▲ Es mejor realzar las ventajas de los nuevos programas que

hacer comentarios desfavorables sobre los programas existentes. El argumento debe ser: en vista de la disponibilidad de materiales de instrucción mejorados, podemos hoy día establecer un programa perfeccionado para la enseñanza de las matemáticas escolares, y las exigencias de la época actual requieren iniciar este programa lo antes posible. Los programas mejorados gozan en diferentes grados de las ventajas siguientes:

1. Se explica tanto el por qué como el de qué modo. El estudiante aprende que todo lo que hace, por pequeño que sea, es válido por alguna razón.
2. Se hace uso frecuente del razonamiento y la demostración deductivas. Las leyes básicas de la lógica se aplican tanto al álgebra como a la geometría.
3. Se pone énfasis en la estructura de las matemáticas. Se desarrollan las matemáticas como un cuerpo organizado de conocimientos, basado en un número sorprendentemente pequeño de hipótesis básicas.
4. Se utiliza el método del descubrimiento para la enseñanza. A menudo las preguntas y ejemplos ilustrativos conducen al estudiante a formular y probar algunas conjeturas por sí mismo. Como resultado, tanto la enseñanza como el aprendizaje de las matemáticas se hacen más interesantes, y compensan mejor el esfuerzo.
5. Se insiste mucho en el uso de un lenguaje preciso. Las definiciones se enuncian cuidadosamente. Es esencial para lograr el éxito que se desarrolle la habilidad de leer intencionalmente para captar el significado.
6. Los nuevos cursos están contruidos sobre ideas unificadoras (el concepto de función, el de sistema de los números reales, etc.) esenciales para la comprensión de las matemáticas avanzadas.

▲ Se debe especificar a los padres que el nuevo programa no constituye un curso simplificado de matemáticas. Se necesita aún estudio intenso, y la ayuda de los padres debe figurar entre los factores para el desarrollo de buenos hábitos de estudio.

▲ No debe referirse a los nuevos programas como "experimentales". En vez de eso debe describirse el trabajo hecho por el cuerpo docente de matemáticas para enseñar el nuevo programa.

▲ No debe transcurrir un tiempo prolongado después de conseguido el apoyo público y el comienzo real del programa mejorado.

▲ Si algún alumno no puede ser incluido dentro del grupo de los que estudian el nuevo programa, las autoridades escolares deben estar preparadas para explicar el por qué se hace tal excepción.

Se pueden obtener ejemplares de una hoja informativa para los padres de familia titulada "A Parent Looks at Modern Mathematics", escribiendo a Frank B. Allen, Lyons Township High School, La Grange, Illinois, U.S.A.

Un Programa Nacional

Hemos oído describir varios programas. Es de esperar que un programa, quizás una combinación de aquéllos descritos, surja como programa dominante para la nación. Si así fuera, ¿no sería mejor esperar a que tal programa surja?

Como decía el Dr. Ferguson, quienes esperan a que aparezca un programa nacional se quedarán a la zaga. El mejoramiento de los programas de matemáticas, como el crecimiento de las matemáticas mismas, es un proceso sin fin. Quizás algunos de los elementos dominantes comunes a todos los programas mejorados lleguen a ser ampliamente aceptados. Así lo esperamos. Pero tan pronto como se logre esto, se abogará por nuevos mejoramientos en la estructura, contenido y presentación. Es fútil esperar hasta la aparición de un programa nacional de instrucción matemática escolar que ofrezca, como la Pax Romana, 200 años de estabilidad. Mientras esperamos, muchos millares de alumnos completarán su instrucción secundaria sin recibir los beneficios disponibles en la actualidad. Ninguno de los iniciadores de los nuevos programas desea la adopción de un único programa—aunque fuera el suyo—en las escuelas de la nación, si esto significa la terminación de todo esfuerzo futuro para mejorar las matemáticas escolares. Ninguno de ellos cree que su programa es la respuesta final. Todos ellos quieren estimular a otros hombres de ciencia competentes para que realicen sus propias exposiciones, y muchos de ellos se proponen tratar de mejorar sus propias obras. Mirando hacia el futuro, no podemos vislumbrar un estancamiento—sólo cambios. Los maestros que comienzan a habituarse a los cambios hoy, conservarán el ritmo para futuros cambios.

71

Tareas Magisteriales

¿Qué modificaciones deben hacerse en las labores de un maestro cuando se le asigna por primera vez uno de estos programas nuevos?

Debe reducirse, o mejor eliminarse por completo, las obligaciones extraprogramáticas, administrativas o de otro tipo "cooperativista", para los maestros que enseñan uno de estos programas por primera vez. Así los maestros tendrán más tiempo para prepararse y estarán además disponibles para charlas

fuera de hora con alumnos que necesitan ayuda. Aparte de ésta, no tenemos ninguna otra recomendación que hacer. Mucho depende de la competencia y grado de preparación del maestro. Muchos maestros hábiles y bien preparados han enseñado satisfactoriamente por primera vez uno de los nuevos programas sin reducción de su trabajo normal. Por supuesto, han dedicado muchas horas extras de trabajo por día, pero se han sentido compensados por el adelanto resultante en su propia competencia profesional. Sin embargo, hay algunos maestros para quienes una modificación de las tareas ordinarias sería apropiada durante el primer año de un nuevo programa. Se ha sugerido que a un maestro que enseña un nuevo programa en dos niveles diferentes, ambos por primera vez, debe reducirse en un curso el trabajo habitual, si así lo solicita.

Los maestros seleccionados para enseñar uno de los nuevos programas deben conocerlo bien por anticipado. El Director comparte con ellos la responsabilidad de establecer un programa de estudio destinado a prepararlos para la nueva asignatura. Sería errado suponer que una reducción de cargas profesionales durante el primer año puede reemplazar la preparación intensiva antes de que comience el año.

72

DIFERENCIAS INDIVIDUALES EN LA APTITUD PARA APRENDER

Estudiantes de Nivel Inferior al Promedio

¿Qué ofrecen (si algo ofrecen) estos programas a los estudiantes de nivel medio y de nivel inferior al promedio?

Aunque los programas se escribieron, en su mayor parte, para estudiantes capaces de seguir estudios universitarios, se pueden usar algunos de ellos eficazmente con alumnos cuya aptitud para aprender matemáticas es mediana o escasa.

Los textos de la Universidad de Maryland se han utilizado con éxito para estudiantes de todos los grupos de aptitudes en los grados 7° y 8°. También se les ha utilizado para grupos de alumnos lentos del grado 9°. Hay algunas escuelas donde se han usado los textos del SMSG para todos los alumnos de los grados 7° y 8°, independientemente de sus aptitudes.

Se han preparado ediciones especiales de los textos del SMSG para los estudiantes más lentos del 7° y 9° grados; tales textos se

han escrito a un nivel de lectura más elemental y se han incluido muchos ejemplos concretos adicionales. Actualmente se ensayan estas ediciones especiales en una variedad de clases, donde los alumnos estudian más lentamente que los de las secciones regulares. En el verano de 1962 se continuó la revisión de estos textos, sobre la base de los informes de los maestros.

¿El Mismo Programa para Todos?

¿Deben todos los estudiantes de matemáticas tratar de seguir el mismo camino, avanzando tan rápido y tan lejos como les sea posible? ¿Deben haber secuencias diferentes para los grupos de estudiantes capaces de seguir estudios universitarios y aquéllos de nivel inferior? ¿Debe conectarse estrechamente la instrucción de este último grupo con los problemas de la vida diaria y con las aplicaciones sociológicas de las matemáticas?

Uno de los mayores defectos de los programas para los grados 7° y 8° radica en que exigen a los estudiantes de todos los niveles de aptitud prestar demasiada atención a las llamadas aplicaciones prácticas. A la mayor parte de los alumnos de las escuelas de primer ciclo secundario, temas tales como impuestos, operaciones bancarias, intereses y otras aplicaciones de los tres casos del tanto por ciento no les atrae en absoluto. El insistir en ellos no sólo quita interés al aprendizaje de las matemáticas sino que disminuye sustancialmente la cantidad de tiempo disponible que se podría utilizar en desarrollar nuevos conceptos matemáticos. Como consecuencia, las matemáticas de los grados 7° y 8° han quedado reducidas en su mayor parte a una revisión de la aritmética aprendida anteriormente con pequeño o ningún avance en la comprensión de las matemáticas por parte de los alumnos.

Las matemáticas son interesantes por sí mismas y su presentación puede hacerse en tal forma que los alumnos del primer ciclo secundario puedan comprenderlas y apreciarlas si la velocidad de la exposición se ajusta a las diferencias individuales de aptitud para aprender. Esta es la idea que ha inspirado a los autores de los cursos del UMMaP y del SMSG para los grados 7° y 8°, con la subsecuente afluencia en la producción de material interesante y fundamental para el desarrollo de importantes conceptos matemáticos. Consideremos algunos de los encabezamientos de capítulos del curso del SMSG para el grado 8°: "Números Racionales y Coordenadas"; "Ecuaciones"; "Notación Científica, Decimales y el Sistema Métrico"; "Construcciones, Triángulos Congruentes y Propiedad Pitagórica"; "Números Reales"; "Permutaciones y Combinaciones"; "Probabilidad"; "Triángulos

Semejantes y Variación"; "Geometría de Posición"; "Volúmenes y Areas Superficiales". En el programa para el 7° grado se despliega una lista semejante de conceptos importantes e interesantes, que son estudiados habitualmente por los alumnos menos dotados para las matemáticas. El SMSG después de haber preparado textos modelo destinados a alumnos capaces de seguir estudios universitarios, ensaya ahora la hipótesis de que todos los alumnos pueden aprender estas nuevas matemáticas si la instrucción se ajusta a las diferencias individuales en la aptitud matemática.

Algunos alumnos pueden necesitar tres años para estudiar los programas para los grados 7° y 8° del SMSG, y el álgebra del SMSG (revisada para estudiantes lentos) puede resultar un texto apropiado para ellos en el décimo grado. Aumenta la evidencia de que los alumnos de nivel medio e inferior pueden aprender tan bien o mejor estas matemáticas como las matemáticas tradicionales.

74 Esto es alentador. Creemos que los alumnos de habilidad modesta que cursan con ritmo propio la secuencia preparatoria para el colegio ganan mucho más que si siguen secuencias de matemáticas revisadas con aplicaciones sociales, hoy en boga. Sin embargo, el hecho de que los alumnos más lentos puedan aprender las nuevas matemáticas no quiere decir que el programa lento de preparación para el colegio sea necesariamente el mejor programa para ellos. Nos referimos aquí a un grupo muy grande de alumnos que merece la consideración de tener cursos terminales en matemáticas especialmente previstos para satisfacer sus necesidades. El hecho de que los cursos adaptados de preparación para el colegio, hayan tenido éxito parcial (y hayan significado una mejora decisiva sobre los cursos convencionales) no nos releva de la obligación de tratar de diseñar programas óptimos para los alumnos que van a completar su adiestramiento matemático en la escuela secundaria. Esperamos que este problema reciba la atención que merece. El estudio del proceso de aprendizaje de los alumnos más lentos puede sugerir mejoras para los textos destinados a todos los alumnos.

Formación de Grupos Homogéneos

Para el éxito en la presentación de estos nuevos programas, ¿es necesario que se formen grupos homogéneos sobre la base de las aptitudes para aprender matemáticas?

Nos parece que la agrupación homogénea de los alumnos, tomando como criterio sus aptitudes para aprender matemáticas, es una condición esencial para el éxito en la presentación de todo

programa de matemáticas, tradicional o moderno. En condiciones ideales, esta formación de grupos debería comenzar a más tardar en el 7° grado. Muchas escuelas sin embargo afrontan aún serios problemas en la formación de grupos en grados elementales y por esta razón comienzan a hacerlo después del 7° grado.

Disposición para las Matemáticas

Todos hemos oído sobre métodos para determinar la disposición hacia la lectura. ¿Hay alguna manera de determinar el grado de disposición de un alumno para captar ciertos conceptos matemáticos?.

En "El Proceso Educativo" por Jerome S. Bruner ("The Process of Education", Harvard University Press), se dedica el tercer capítulo a la "Disposición para el Aprendizaje". Los argumentos tienden a apoyar la hipótesis de que las matemáticas pueden enseñarse efectivamente en alguna forma a todo niño y en toda etapa de su desarrollo. De los trabajos experimentales de David Page, Robert Davis, Max Beberman, Patrick Suppes y muchos otros parece desprenderse que hemos subestimado lamentablemente las aptitudes matemáticas de los estudiantes y su capacidad intelectual para aprender matemáticas en todos los grados, del 4° al 12°.

El éxito que ya han tenido los alumnos con los textos del UICSM, SMSG y otros textos experimentales indican que muchos estudiantes están listos para captar los aspectos más simples de conceptos matemáticos complicados a una edad muy inferior de la que se habría creído posible hacen pocos años.

EL PLAN DE ESTUDIOS DE MATEMATICAS

Descripción de los Programas

A pesar de que reconocemos las limitaciones de todo lineamiento general, ¿no sería útil indicar los lineamientos de los programas más importantes, en su estado actual?.

Sí, lo sería. A continuación se indican los correspondientes a los programas UMMaP, SMSG, Ball State, UICSM y Colegio de Boston:

PROYECTO DE MATEMATICAS DE LA UNIVERSIDAD DE
MARYLAND

Matemáticas para el Primer Ciclo Secundario

Primer Libro

1. Sistemas de Numeración
2. Símbolos
3. Propiedades de los Números Naturales
4. Factorización y Números Primos
5. Los Números Uno y Cero
6. Sistemas Matemáticos
7. El Sistema de los Números Naturales de la Aritmética Ordinaria
8. Puntos, Rectas, Curvas y Planos
9. Lógica y Proposiciones Numéricas
10. El Sistema de los Números Enteros y la Adición
11. Figuras Planas I
12. Notación Científica para los Números de la Aritmética
13. Figuras Planas II.

76

Segundo Libro

1. Azar
2. El Sistema de los Números Racionales
3. Lógica y Proposiciones Numéricas
4. Ecuaciones
5. Un Sistema de Frases Numéricas
6. Factorización y Productos en el Sistema de las Frases Numéricas
7. Frases Numéricas Fraccionarias
8. El Sistema de los Números Reales
9. Gráficos en un Plano
10. Demostraciones y Ecuaciones en el Sistema de los Números Reales
11. Figuras Planas III
12. Medidas, Estimaciones y Aproximaciones
13. Promedios.

GRUPO DE ESTUDIO DE LA MATEMATICA ESCOLAR (MSG)

Matemáticas para el Primer Ciclo Secundario

Volumen I: Grado 7°

1. ¿Qué son las Matemáticas?

2. Numeración
3. Números Enteros
4. Geometría de Posición
5. Factorización y Números Primos
6. El Sistema de los Números Racionales
7. Mediciones
8. Areas, Volúmenes, Pesos y Tiempo
9. Razones, Porcentajes y Decimales
10. Paralelas, Paralelogramos, Triángulos y Prismas Rectos
11. Circunferencias y Círculos
12. Sistemas Matemáticos
13. Estadísticas y Gráficas
14. El Funcionamiento de las Matemáticas en la Ciencia.

Volumen II: Grado 8°

1. Números Racionales y Coordenadas
2. Ecuaciones
3. Notación Científica, Decimales y el Sistema Métrico
4. Construcciones, Triángulos Congruentes, y la Propiedad Pitagórica
5. Error Relativo
6. Números Reales
7. Permutaciones y Combinaciones
8. Probabilidad
9. Triángulos Semejantes y Variación
10. Geometría de Posición
11. Volúmenes y Areas Superficiales
12. La Esfera
13. Lo que Nadie Sabe sobre las Matemáticas.

77

✓ Primer Curso de Álgebra: Grado 9°

1. Conjuntos y la Recta Numérica
2. Numerales y Variables
3. Enunciados y Propiedades de las Operaciones
4. Enunciados Abiertos y Enunciados Lingüísticos
5. Los Números Reales
6. Propiedades de la Suma
7. Propiedades de la Multiplicación
8. Propiedades de la Ordenación
9. La Resta y la División de Números Reales
10. Factores y Exponentes
11. Radicales
12. Polinomios y Expresiones Racionales
13. Conjuntos de Validez y Enunciados Abiertos
14. Gráficas de Enunciados Abiertos con Dos Variables

15. Sistemas de Ecuaciones y de Inecuaciones
16. Polinomios Cuadráticos
17. Funciones.

Geometría: Grado 10°

1. Sentido Común y Conocimiento Organizado
2. Conjuntos, Números Reales y Rectas
3. Rectas, Planos y Separación
4. Angulos y Triángulos
5. Congruencias
6. La Demostración Vista Más de Cerca
7. Desigualdades Geométricas
8. Rectas y Planos Perpendiculares en el Espacio
9. Rectas Paralelas en un Plano
10. Paralelas en el Espacio
11. Areas de las Regiones Poligonales
12. Semejanza
13. Círculos y Esferas
14. Caracterización de los Conjuntos; Construcciones
15. Areas de los Círculos y Sectores
16. Volúmenes de los Sólidos
17. Geometría Analítica Plana.

78

Matemáticas Intermedias: Grado 11°

1. Los Sistemas de Números
2. Una Introducción a la Geometría Analítica Plana
3. El Concepto de Función y la Función Lineal
4. Funciones Cuadráticas y Ecuaciones
5. El Sistema de los Números Complejos
6. Ecuaciones de Primero y Segundo Grado en Dos Variables
7. Sistemas de Ecuaciones en Dos Variables
8. Sistemas de Ecuaciones de Primer Grado en Tres Variables
9. Logaritmos y Exponentes
10. Introducción a la Trigonometría
11. El Sistema de Vectores
12. Forma Polar de los Números Complejos
13. Sucesiones y Series
14. Permutaciones, Combinaciones y Teorema del Binomio
15. Estructuras Algebraicas.

Funciones Elementales: Grado 12°

1. Funciones
2. Funciones Polinómicas
3. Tangentes a las Gráficas de Funciones Polinómicas

4. Funciones Exponencial y Logarítmica
5. Funciones Circulares.

✓ **Introducción al Algebra de las Matrices: Grado 12°**

1. Operaciones sobre Matrices
2. El Algebra de las Matrices 2×2
3. Matrices y Sistemas Lineales
4. Representación de las Matrices Columna como Vectores Geométricos
5. Transformaciones del Plano.

PROGRAMA EXPERIMENTAL DEL COLEGIO ESTATAL PARA MAESTROS BALL

Introducción a las Matemáticas

Fascículo 1: Símbolos y Numerales

1. Símbolos
2. Historia de los Numerales
3. Valor de Posición y Bases
4. Base Diez

79

Fascículo 2: Números Racionales

5. Definiciones
6. Principios Básicos de la Adición y de la Multiplicación
7. Factores y Números Primos
8. Números Pares, Fracciones y Números Racionales
9. Sustracción y División
10. Desigualdades y la Recta Numérica
11. Aplicaciones

Fascículo 3: Números Reales

12. Decimales
13. Números Irracionales
14. Números Reales
15. La Recta Real

Fascículo 4: Algebra

16. Conjuntos y Variables
17. Dos Variables y Gráficas
18. Números Negativos
19. Desigualdades, Recta Numérica y Conjuntos Infinitos

20. Problemas

Fascículo 5: Geometría

21. Principios Generales
22. Mediciones
23. Figuras en el Plano y en el Espacio
24. Perímetro, Área y Volumen
25. Triángulos Semejantes y Trigonometría.

Algebra I

80

1. Los Conjuntos y el Proceso de Contar
2. Símbolos de la Aritmética y del Algebra
3. Lógica
4. Adición y Multiplicación
5. Sustracción
6. Los Números Enteros
7. Algunas Aplicaciones de los Enteros
8. División
9. Los Números Racionales
10. Cálculos con los Números Racionales
11. Proposiciones, Relaciones, Gráficos y Funciones
12. Polinomios
13. Ecuaciones en Varias Variables
14. Extensión del Sistema de los Números Racionales
15. Números Reales
16. Ecuaciones Cuadráticas
17. Triángulos Semejantes y Trigonometría.

Geometría

1. Introducción
2. Lógica
3. Rectas
4. Congruencia de Segmentos
5. Medición de Segmentos
6. Congruencia de Angulos y Triángulos
7. Uso de los Teoremas de Congruencia
8. Rectas Paralelas
9. Semejanza de Triángulos y Polígonos
10. Área
11. Círculos y Polígonos Regulares
12. Medición de Angulos y Arcos
13. Lugares Geométricos y Conjuntos
14. Geometría del Espacio
15. Geometría Analítica
16. Filosofía de las Matemáticas.

COMITE DE LA UNIVERSIDAD DE ILLINOIS PARA LA
MATEMATICA ESCOLAR

Fascículo Título Descriptivo

- 1 La Aritmética de los Números Reales
- 2 Generalizaciones y Manipulaciones Algebraicas
- 3 Ecuaciones e Inecuaciones
- 4 Pares Ordenados y Gráficos
- 5 Relaciones y Funciones
- 6 Geometría
- 7 Inducción Matemática
- 8 Sucesiones
- 9 Funciones Exponencial y Logarítmica
- 10 Funciones Circulares y Trigonometría
- 11 Funciones Polinómicas y Números Complejos.

SERIE MATEMATICA DEL COLEGIO DE BOSTON

Conjuntos, Operaciones y Estructuras: Curso 1

1. Desarrollo del Proceso de Contar
2. Concepto de Conjunto: Tratamiento Introductorio
3. Operaciones, Adición, Multiplicación, División y Sustracción con Números Naturales
4. El Concepto de Relación
5. El Concepto de Demostración
6. Operaciones Inversas
7. Sistemas Modulares
8. Variable: Concepto y Uso
9. Ecuaciones, Ecuaciones Lineales en Una Variable, Conjunto Solución
10. Tratamiento de los Conjuntos como Estructura Matemática, Circuitos de Interruptores
11. Introducción a las Mediciones y a la Geometría
12. Tablas: Números Primos, Redes de Factores.

81

Geometría Sólida

¿Qué ha pasado con la geometría sólida?. ¿Se la ha omitido en los nuevos programas?. Si así fuera, ¿por qué debemos degradar a la geometría del espacio en la era espacial?.

El hecho de que ninguno de los programas mejorados contenga un curso llamado geometría del espacio no debe conducirnos a pensar que esta disciplina se considera poco importante. Ha

habido un cambio en la presentación de la geometría del espacio.

La opinión generalizada es que mientras los hechos y principios de la geometría del espacio son importantes, ésta no brinda buenas oportunidades para estudiar las demostraciones deductivas. Las demostraciones son largas y complicadas, y algunas de ellas no pueden explicarse claramente sin el uso del cálculo infinitesimal. Por tal razón ya no se considera justificada la inversión de todo un semestre en geometría del espacio deductiva en los grados 11° o 12°. Con mayor anticipación se trata algunas de las ideas importantes de la geometría del espacio mediante razonamientos plausibles y llamadas a la intuición del alumno. En realidad, un estudio de los lineamientos generales revela que no se deja de lado la geometría del espacio en el cuadro general. Por ejemplo, la serie del SMSG tiene dos fascículos voluminosos sobre la geometría del espacio en el grado 8° y un tratamiento unificado de geometría plana y sólida en el grado 10°. Además en el grado 11° se estudian las coordenadas rectangulares tridimensionales y los vectores en el espacio de tres dimensiones.

Un alumno que ha completado esta serie tiene ciertamente mejor conocimiento funcional de la geometría del espacio que un alumno que ha estudiado el curso tradicional de geometría del espacio deductiva que no contiene referencias a los vectores o a los sistemas de coordenadas tridimensionales.

82

Material Desechado

¿Cuáles tópicos tradicionales han sido omitidos al proyectar estos nuevos programas, y por qué?

Entre los tópicos tradicionales omitidos están: los cálculos extensos con logaritmos, largos desarrollos para la resolución de triángulos oblicuos, algunos de los casos más elaborados de factorización y, en gran parte, las demostraciones complicadas de la geometría del espacio. En su exposición el Dr. Price describió las razones para omitir los dos primeros tópicos. En general, el contenido de todo temario debe basarse en una referencia a la autoridad--a la autoridad de académicos eminentes en ese campo. Estos tópicos se han omitido porque nuestros más destacados matemáticos creen (a) que ya no están en la corriente principal del pensamiento matemático, (b) representan énfasis que ya no son apropiados, y (c) se necesita el tiempo dedicado a su presentación para el estudio de conceptos más importantes. Esta idea ha sido expresada en forma elocuente en el Informe de la Comisión de Matemáticas de la Junta para los Exámenes

de Ingreso a los Colegios ("Program for College Preparatory Mathematics", New York: College Entrance Examination Board, 1959, p. 5-6).

"El desarrollo de las matemáticas y el aumento de sus aplicaciones han excedido el plan de estudios escolar. Otra manera de referirse a esto, es decir que el plan de estudios actual reposa en un concepto más bien estático que dinámico de las matemáticas. Podemos servirnos de una analogía para poner en relieve la diferencia.

A medida que crece una ciudad, aumenta la dificultad para encontrar transporte adecuado desde el centro de la ciudad hacia las afueras y suburbios. El centro es aún el núcleo de la ciudad, pero las calles son demasiado estrechas y congestionadas para permitir el acceso a las nuevas zonas tan rápido como lo requieren las necesidades de los residentes. Durante un tiempo bastarán los sistemas de luces de tránsito y las calles con tráfico en un solo sentido; pero al final, estos métodos provisionales serán también inadecuados. Entonces se construirá una supercarretera o carretera expresa de acceso limitado que parta del centro de la ciudad y permita que las nuevas regiones estén efectivamente cerca del centro de la ciudad.

Este es precisamente el proceso que exige el crecimiento de las matemáticas; a saber, que se encuentren nuevas y más eficientes rutas en los fundamentos del tema tal como aparece en la escuela secundaria, dirigidas hacia los territorios más modernos a fin de que los estudiantes puedan penetrar hasta la totalidad del contenido antiguo sin tener que recorrer laboriosamente el viejo camino. Durante el proceso se dejará de lado algunos temas caducos o que están a punto de caducar, así como algunos temas cuya ausencia se dejará sentir. Estos temas, aunque conservan su valor, éste es menor que el del objetivo de alcanzar la comprensión del espíritu, método y contenido de las matemáticas contemporáneas".

Grados 11° y 12°

¿Qué se puede hacer, si esto es posible, para brindar a los alumnos de las clases superiores algunos de los beneficios que ofrecen los nuevos programas antes de que terminen sus estudios? Específicamente, ¿sería posible utilizar los textos del grado 11° del SMSG para jóvenes que han llevado cursos tradicionales de álgebra y geometría? ¿Pueden utilizarse los textos del grado 12° del SMSG para los alumnos que han completado tres años de estudios a la manera tradicional?

Si se dispone de un maestro preparado, la respuesta es "sí" para las dos últimas preguntas.

El primer capítulo del texto del SMSG para el undécimo grado, "Matemáticas Intermedias", contiene una extensa revisión y desarrollo de las ideas básicas del "Primer Curso de Algebra" del SMSG. Después de dedicar cinco o seis semanas a este capítulo, los alumnos hábiles deben estar en condiciones de dominar el resto del texto, aunque esto puede requerir más de un año.

Los buenos estudiantes que han cursado tres años de matemáticas tradicionales de preparación para el colegio encontrarán accesible y estimulante el texto "Funciones Elementales" del SMSG de un semestre de duración. Este constituye una introducción excelente al estudio del cálculo infinitesimal y es apropiado para el segundo semestre del último año. Podría muy bien dedicarse al primer semestre al estudio de aquellos capítulos de "Matemáticas Intermedias" que los alumnos no han estudiado previamente. Es posible que algunos estudiantes hábiles puedan estudiar tanto las "Funciones Elementales" como el otro curso de un semestre, del SMSG, "Introducción al Algebra de las Matrices", en el grado 12°.

84

Hay otros temas que deberían considerar los maestros de los alumnos hábiles de las clases mejor preparadas. Por ejemplo, están disponibles los fascículos 7 a 11 del UICSM que se indican a continuación:

Fascículo	Tema
7	Inducción Matemática
8	Sucesiones
9	Funciones Exponencial y Logarítmica
10	Funciones Circulares y Trigonometría
11	Funciones Polinómicas y Números Complejos

El Desarrollo del Programa

¿Por qué no se pueden incorporar gradualmente las nuevas ideas y los nuevos temas en los programas existentes, sin trastornarlo todo? ¿No es posible lograr grandes mejoras dentro del marco del programa presente mediante la infiltración gradual del lenguaje, temas y conceptos nuevos?

Es posible. Pero, mientras tiene la ventaja de dar tiempo al maestro para que se familiarice con los nuevos conceptos y posibilidades en el aula, el plan de introducción gradual presenta

serias desventajas y dificultades. Consideremos, por ejemplo, el primer curso de álgebra y supongamos que un maestro lo comienza introduciendo las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva que ha analizado el Dr. Brown. No basta establecer estas propiedades, hay que usarlas. Esto conduce a la idea de demostración, que a su vez requiere la introducción de propiedades adicionales, así como el prestar atención al problema de lo que es una demostración. Al poco tiempo un maestro competente se da cuenta de que necesita introducir todas las propiedades de un cuerpo ordenado. La idea de orden requiere el uso extenso de las desigualdades, incluyendo su interpretación gráfica. Llegado este punto, el maestro se da cuenta de que el texto tradicional no enuncia las propiedades necesarias ni proporciona las exposiciones y ejercicios necesarios para explotar sus consecuencias de mayor alcance. Además, el método pedagógico del descubrimiento, tan esencial para abordar conceptos nuevos, es muy difícil de usar con los textos tradicionales. Esto significa que se debe gastar una gran cantidad de tiempo y energías para realizar el esfuerzo frenético de suministrar notas mimeográficas que suplementen el texto. Dicho brevemente, pronto se ve el maestro embarcado en la empresa de reescribir el curso íntegro. Esto es difícil (de hecho, mucho más difícil que escribir un texto nuevo), y muchos maestros no tienen tiempo para hacerlo con propiedad. Y después de todo, ¿por qué hacerlo cuando algunos de nuestros matemáticos de primera categoría están listos para ayudarlo, ofreciéndole los textos cuidadosamente escritos para satisfacer los mismos propósitos?.

85

Creemos que las mejoras recomendadas por varios grupos de autores son profundas y conducen inevitablemente a cambios intrínsecos tanto en los temas como en los métodos. Estos cambios no pueden ser ejecutados por medios tan superficiales como los utilizados por un maestro que comienza un curso de álgebra con un capítulo sobre conjuntos, y habiendo cumplido con "las nuevas matemáticas", prosigue despreocupadamente con el texto tradicional y no se refiere más al primer capítulo. Este puede ser un caso extremo, pero esta clase de superficialidad puede ocurrir cuando se introduce gradualmente un plan. Si se hace deficientemente, tiene un efecto real insignificante. (En una escuela, tras dos años de "mejora gradual", el texto y los exámenes finales han permanecido invariables). Además se encuentran siempre dificultades lógicas cuando se trata de usar simultáneamente programas modernos y tradicionales. La mayor parte de los maestros lograrán un mejor resultado si comienzan con uno de los nuevos programas después de haber seguido el adiestramiento necesario, y este procedimiento redundará también en beneficio para los alumnos.

¿Existen esfuerzos coordinados para mejorar los materiales de instrucción para el kindergarten hasta el grado 6° ?.

Sí. Hay cuatro grandes proyectos dedicados a la mejora de las matemáticas de la escuela elemental. Los nombres y direcciones de los directores son:

Dr. E.G. Begle
School Mathematics Study Group
Stanford University
Stanford, California

Dr. Patrick Suppes
Stanford University
Stanford, California

Dr. Robert Davis
Madison Project
Syracuse University
Syracuse, New York

Dr. David Page
University of Illinois Arithmetic
Project
College of Education
Urbana, Illinois

ADIESTRAMIENTO DE LOS MAESTROS—EN SERVICIO Y PREVIO AL SERVICIO

86

Necesidad

¿Pueden enseñar con éxito cualquiera de estos programas los maestros habituados a los programas tradicionales y que no han tenido adiestramiento especial ?.

No. Todos los grupos que han desarrollado nuevos programas han reconocido que la mayor parte de los maestros, aunque no por culpa de ellos, se encuentran insuficientemente preparados para enseñar estos programas con éxito.

La extensión de la educación suplementaria que se necesite está sujeta al grado de competencia y habilidad didáctica de los maestros y, en cierta medida, al programa elegido. Para tener éxito en el uso de los programas del UICSM y del SMSG es requisito previo efectuar un estudio preliminar intenso del texto y del "comentario para el maestro". Los maestros que usan el programa del SMSG necesitarán probablemente ayuda en forma de consultas, durante el primer año. Muchos maestros que usan el programa del UICSM encontrarán conveniente el adiestramiento suplementario que les permitirá utilizar todas las ventajas del gran énfasis que pone este programa en el descubrimiento y en la demostración.

Provisión para el Adiestramiento en Servicio

¿Cómo podemos suministrar a nuestros maestros el adiestramiento en servicio necesario?.

Los administradores de las escuelas desempeñan un papel importante en la facilitación de adiestramiento en servicio para los maestros de matemáticas, tanto en forma individual como por intermedio de organizaciones profesionales.

Individualmente, el administrador de una escuela puede:

- ▲ Constituir un grupo de estudio dentro de su propio sistema escolar, en el cual los maestros lean y discutan los nuevos programas y algunos de los temas destinados a suplementarlos.
- ▲ Estimular a los maestros para que hagan uso de oportunidades para la reeducación tales como las que ofrece la Fundación Nacional de Ciencias a través de cursos en colegios vecinos e institutos de verano para el adiestramiento en servicio.
- ▲ Proveer ayuda consultiva.
- ▲ Recomendar que la Oficina de Educación (Board of Education) ayude a cubrir el costo de los programas de adiestramiento durante el verano, suministrando libros y costeadando los gastos de enseñanza y de subsistencia de los maestros que no logran la admisión a los institutos de verano de la Fundación Nacional de Ciencias.
- ▲ Recomendar que la Oficina de Educación aliente a los maestros a participar en reuniones profesionales, pagándoles los gastos y contratando sustitutos.

Mediante acción coordinada, los administradores de escuelas pueden persuadir a la universidad estatal de la región para que coopere con otros colegios y universidades en el establecimiento de centros de adiestramiento, situados en lugares claves, a fin de ofrecer cursos de extensión destinados específicamente a la preparación de los maestros para los nuevos programas.

En algunos casos puede ser más factible el presentar esos cursos por televisión, a la manera del Aula Continental. Puede darse a los maestros textos que acompañen la presentación por televisión, y los centros pueden proveer servicios de consulta y un lugar de reunión para las sesiones de discusión y examen.

Tipo Requerido

¿Cuáles son las características esenciales de un programa eficaz de adiestramiento en servicio?

Consideramos esenciales las siguientes características:¹

- ▲ Los cursos en servicio deben dictarse de tal manera que no signifiquen una amenaza para la situación de nadie.
- ▲ El crédito que gana el maestro en estos cursos debe aplicarse a todos los requerimientos que la administración de la escuela pueda haber establecido con respecto a la educación continuada.
- ▲ Los cursos deben servir para mejorar la comprensión matemática de los maestros, con especial énfasis en las ideas sobre las que se basan los nuevos programas. Esto no quiere decir que tales cursos deban ser expresamente destinados a un programa particular, aunque esto sería deseable en los casos en que exista la demanda. Algunos cursos en servicio han utilizado en forma efectiva los textos escolares (UICSM, SMSG, etc.) que los maestros se están preparando a enseñar.
- 88 ▲ Los cursos que se planeen deben presentar las matemáticas elementales desde un punto de vista superior. Esto significa que los cursos de matemáticas previstos para estudiantes graduados que se preparan para la investigación no son generalmente adecuados.
- ▲ Algunos de estos cursos deben prestar atención a los métodos de presentación, pero no deben ser cursos de metodología exclusivamente.

Adiestramiento Previo al Servicio

¿Qué adiestramiento universitario (previo al servicio) debe darse a los futuros maestros de matemáticas? ¿Cuándo podemos esperar que los colegios y universidades preparen maestros capacitados para enseñar estos nuevos programas cuando egresen?

¹ Para mayores detalles referentes a la reeducación necesaria de los maestros, véase la Sección 5 del "Report of the Commission on Mathematics, Program for College Preparatory Mathematics (College Entrance Examination Board, New York, 1959)".

Como respuesta a la primera pregunta, apoyamos el informe² de la Comisión sobre Adiestramiento de los Maestros del Comité del Programa de Matemáticas de Primer Ciclo de la Asociación Matemática Americana. Esperamos que los administradores de escuelas y otros funcionarios de este informe consideración sería especialmente en lo referente a la rigorización de los requisitos para certificación de maestros. Ya es tiempo de que todos los que tienen que ver con este asunto reconozcan que, permaneciendo igual lo restante, cuanto más matemáticas conozca un maestro, más eficiente será su labor docente.

La respuesta a la segunda pregunta depende en parte de la discriminación puesta en práctica por los administradores de escuelas al emplear maestros recientemente graduados. En los últimos años algunos colegios han llevado a cabo una excelente labor de modernización de sus programas de adiestramiento para maestros, mientras que otros han hecho muy poco. Con el informe del Comité como guía, un administrador o supervisor de matemáticas puede determinar rápidamente si las calificaciones del candidato son adecuadas para el nivel que se va a exigir de él, o no lo son. Las autoridades de los colegios deben ser más sensibles a todas las observaciones que se formulen sobre las calificaciones de sus graduados. Resumiendo: los administradores recibirán maestros mejor preparados cuando lo exijan.

89

Se ofrece asistencia adicional a los administradores en la forma de un conjunto de guías que pueden usar los departamentos de educación estatales para evaluar la competencia de los departamentos de matemáticas de los colegios en la preparación de maestros de matemáticas para secundaria. Estas guías han sido preparadas por la Asociación Nacional de Directores Estatales de Educación y Certificación Pedagógica, en cooperación con la Asociación Americana para el Avance de la Ciencia. Se puede obtener copias escribiendo a: Proyecto NASDTEC, 1515 Massachusetts Avenue, N. W., Washington 5, D. C.

MÉTODOS DE INSTRUCCIÓN

Importancia de los Métodos Mejorados

¿Puede lograrse la mayor parte de las mejoras que deseamos

²

"Recommendations of the Mathematical Association of America for the Training of Teachers of Mathematics", The Mathematics Teacher 53:632-38, December 1960. También se pueden obtener copias de estas recomendaciones.

dentro del marco de los programas tradicionales y con los textos clásicos de instrucción, empleando métodos mejorados de enseñanza?

En general, no. Los métodos de enseñanza mejorados por sí solos no bastan, ni es la facilidad para ser enseñado el único criterio para la elección del contenido de los programas. En realidad, hay muchas ideas que son eminentemente fáciles de enseñar, pero probablemente no deben ser enseñadas. La regla de "invertir y multiplicar" para dividir por una fracción es un ejemplo. Tales reglas sólo sirven para mejorar la habilidad operativa, a expensas de la comprensión.

Debemos darnos cuenta de que han habido profundos cambios en el contenido y en la estructura de las matemáticas escolares, así como en los métodos de presentación de las mismas. En realidad los nuevos métodos (descubrimiento, énfasis en la demostración, etc.) no deben ser considerados por separado sino como componentes esenciales del nuevo contenido. En general, los cursos tradicionales no proporcionan una base para aplicar estos métodos mejorados. Como consecuencia, el uso de textos tradicionales impone severas limitaciones sobre la mejora que pueda lograrse en los métodos de enseñanza. Por estas razones creemos que todo intento de alcanzar los objetivos de estos nuevos programas mediante la mejora de los procedimientos pedagógicos sin prestar atención al contenido y organización mejorados, está condenado al fracaso. Nos oponemos a tales criterios sobre las mismas bases con que nos oponemos a cursos sobre métodos de enseñanza de las matemáticas que prestan poca o ninguna atención a las matemáticas que se van a enseñar.

90

Descubrimiento

¿Es esencial en todos los nuevos programas el método del descubrimiento?

Sí. Los nuevos programas utilizan en diversos grados el método del descubrimiento y en el programa del UICSM figura como uno de los temas centrales. El uso efectivo de este método requiere una habilidad pedagógica del más alto grado. El maestro debe ser un experto interrogador, seguro de sus conocimientos matemáticos, paciente cuando sus alumnos se muestran lentos en el descubrimiento de lo que es obvio, capaz de seguir alguna sugerencia imprevista de los alumnos, y considerado en el rechazo de otras. Debe saber como aprovechar las explosiones ocasionales de comprensión que caracteriza la reacción de los alumnos a este método, y debe evitar la formulación demasiado temprana de un principio que ha sido descubierto. Quienes no sepan a qué llamamos "explosiones de comprensión" deben ver las presentaciones del Profesor Beberman en las películas educacionales del UICSM.

Enfasis en el "Por Qué"

¿Pueden ustedes dar un ejemplo que ilustre cómo insisten los programas mejorados en los "por qué" en vez de los "cómo"?

Sería más exacto decir que los nuevos programas insisten tanto en "por qué" como en "cómo". En su "Estructura del Álgebra Elemental" ("Structure of Elementary Algebra", Vol. 3 de la serie "Studies in Mathematics" del SMSG), el Prof. Vincent Haag establece el punto de vista aceptado: "Todavía es absolutamente necesaria una multitud de ejercicios, pero estas técnicas deben estar ligadas a las ideas de las cuales derivan su validez".

Como ejemplo, consideremos la explicación de por qué $7 \times (-5) = -35$. Al principio deben haber algunos ejemplos animados sobre la extracción de cinco litros de agua de un tanque cada hora, durante siete horas; sobre el gasto de cinco dólares por día durante siete días, etc. En otras palabras, la conclusión debe ser razonada y convertida en plausible. Sin embargo, en algún momento debemos decir al estudiante, "Mira, sobre la base de lo que ya sabemos, el producto debe ser -35 ". El argumento será algo así:

$$\begin{aligned} 7 \times 5 + 7(-5) &= 7[5 + (-5)] && \text{Propiedad distributiva:} \\ & && ab + ac = a(b + c) \\ &= 7 \times 0 && \text{Propiedad del inverso aditivo:} \\ & && a + (-a) = 0 \\ &= 0 && \text{Propiedad multiplicativa del cero:} \\ & && a \times 0 = 0 \end{aligned}$$

91

Por lo tanto, $7(-5)$ debe ser otro nombre para $-(7 \times 5)$ porque $-(7 \times 5)$ ó -35 es el único número que, sumado a (7×5) , da 0. Se debe pedir a los estudiantes que den razones que definan cada uno de los pasos y que generalicen el argumento para mostrar que $a(-b) = -(ab)$. El maestro debe explicar la naturaleza de estas generalizaciones. Entonces todo está listo para probar que $(-a)(-b) = ab$. En este caso estaremos agradecidos a la demostración porque las explicaciones plausibles son difíciles de inventar.

Se insiste en el "por qué" cuando se demuestran teoremas algebraicos utilizando las propiedades de un cuerpo. En el tratamiento provisional, estos mismos teoremas pueden enunciarse como reglas que conducen a la respuesta.

Lo importante es que el alumno considere estas reglas como deducciones lógicas a partir de hechos que ya ha aceptado, en vez de considerarlas como edictos promulgados por el maestro.

EVALUACION Y COMPARACION

Efecto Hawthorne

¿En qué proporción puede atribuirse el éxito de los nuevos programas al entusiasmo despertado tanto en los alumnos como en los maestros por el hecho de que están iniciando algo nuevo?.

Esto nos trae en mente dos definiciones. El "entusiasmo" ha sido descrito cínicamente como emoción sin causa suficiente, y se ha definido "moda" como un error que ha sido sistematizado. Los administradores experimentados han visto ir y venir muchas modas, y tienen todo el derecho de escudriñar las razones del éxito de estos nuevos programas. Como respuesta deberemos presentar evidencia que indique que estos programas no son una moda--sino que de hecho tienen valor permanente.

No hay duda de que lo novedoso de estos programas engendra el entusiasmo que a su vez contribuye al éxito. No obstante, los maestros experimentados saben que tal entusiasmo inicial no puede mantener el interés por mucho tiempo (a lo más, unas pocas semanas). Nuestra evidencia muestra que el interés aumenta a medida que avanza el año. Además, quienes han enseñado los programas mejorados han expresado desconformidad de volver a los programas tradicionales. Creemos que el entusiasmo de los maestros por los programas mejorados se apoya firmemente en la convicción de que les permite trabajar mejor en clase. Nuestra comisión de maestros ha apoyado esta opinión, y creemos seriamente que el tiempo demostrará su verdad.

Habilidades Básicas

¿Presentan los nuevos programas suficientes ejercicios de práctica para desarrollar habilidades básicas?. ¿Presentan deficiencias en las habilidades básicas y técnicas de las matemáticas los alumnos que han seguido estos programas?. ¿Existe alguna evidencia que permita afirmar que los alumnos de los programas experimentales son capaces de rendir con éxito pruebas tradicionales?.

Creemos que un estudio de los nuevos textos servirá para apaciguar cualquier temor que se pueda tener sobre la falta de ejercicios destinados a adquirir destreza. Todos los grupos de autores reconocen la necesidad de desarrollar la destreza para efectuar cálculos, y el deseo de desarrollar al mismo tiempo la comprensión contribuye al logro de este fin. El programa del

UICSM dice que "la adquisición de la destreza operativa y la comprensión de los conceptos básicos son actividades complementarias"; ésta es una de las tesis principales del UICSM y expresa exactamente el consenso de los maestros de matemáticas.

Como indicó el Dr. Ferguson en su exposición, la evidencia muestra que la destreza operativa del alumno que cursa los nuevos programas, es por lo menos tan buena como la de los alumnos de programas tradicionales. La transcripción siguiente de un informe presentado recientemente por E.G. Begle, director del Grupo de Estudio de la Matemática Escolar apoya este concepto:

"Los estudios realizados el año pasado en el Laboratorio Nacional de Minnesota indican que los estudiantes que han utilizado los textos del SMSG para el séptimo grado lograron, al final del año escolar, calificaciones más altas en la resolución de ejercicios rutinarios que los estudiantes de los cursos tradicionales, aunque un examen posterior, en el otoño, mostró que esta diferencia ya no era estadísticamente importante. Pruebas similares, aunque menos concluyentes, indican claramente que los estudiantes no sufren ninguna pérdida en habilidad matemática en las clases que utilizan los textos del SMSG. Actualmente el Servicio Nacional de Examinación efectúa un estudio más cuidadoso de este problema".

93

Revisión de las Pruebas

¿Hasta qué punto se están revisando las pruebas estandarizadas destinadas a evaluar el dominio que alcanzan los alumnos sobre los conceptos y técnicas presentadas en los nuevos programas ?.

Las materias que cubren los nuevos programas están, en general, de acuerdo con las recomendaciones de la Comisión de Matemáticas de la Junta para los Exámenes de Ingreso a los Colegios. El Servicio Educacional de Examinación ha advertido que modificará los exámenes de la Junta de Colegios para alinearlos con las recomendaciones de la Comisión. Los editores de textos comerciales no están sujetos a la misma influencia, pero hay razones para creer que también ellos modificarán los textos habituales.

Aplicaciones de las Matemáticas

Con el estudio de problemas prácticos se consigue a menudo un aprendizaje eficaz. ¿Se ha dado atención adecuada en los nuevos programas a las aplicaciones prácticas de las matemáticas ?.

Debe hacerse todo el esfuerzo posible para familiarizar al

alumno con una variedad de aplicaciones de las matemáticas en otros campos. A menudo se logra una mejora en la comprensión de las matemáticas cuando se intenta formular y resolver problemas que se presentan en las ciencias. Así, también, existen ocasiones en las que el alumno tiene la oportunidad de aplicar inesperadamente un principio matemático que ha aprendido en forma completamente abstracta, o puede ocurrir que observe que dos fenómenos aparentemente diversos están sujetos al mismo análisis matemático. Tales experiencias sirven para reforzar la comprensión del alumno tanto de las matemáticas como de las ciencias. Como consecuencia, es deseable estimular la coordinación.

Por otra parte, no nos inclinamos a criticar un texto de matemáticas porque no contiene una multitud de ejemplos que muestren la aplicación de las matemáticas en otros campos. Es difícil encontrar aplicaciones de las matemáticas escolares que sean adecuadas para su inclusión en el texto. Esas aplicaciones no deben ser demasiado ingeniosas, ni demasiado triviales, ni demasiado alejadas de la experiencia del alumno, para que tengan sentido pleno. Es probablemente mejor señalar las aplicaciones en folletos separados para ser estudiados como fascículos suplementarios por los alumnos que tengan interés, experiencia y base científica para beneficiarse con su estudio.

94

Los textos de matemáticas deben contener las ideas principales que deben estudiar todos los alumnos, y deben estar escritos de manera que los maestros puedan efectuar la preparación de los alumnos en forma tan expedita como sea posible. Para los alumnos capaces de seguir estudios superiores, este procedimiento es práctico porque los preparará para estudiar el cálculo infinitesimal en el primer año del colegio, permitiéndoles aplicar las matemáticas a sus estudios de otras ciencias, en un nivel en que esta aplicación es muy importante.

Preparación para el Colegio

¿En qué evidencia se basa la afirmación de que estos nuevos programas preparan mejor al individuo para cursar estudios superiores en ciencias y matemáticas ?.

Existe la evidencia de que quienes han terminado sus estudios con el programa del UICSM, que es el más antiguo de los mejorados, han tenido un rendimiento óptimo en sus estudios científicos en el colegio. Los otros programas no han estado en funcionamiento el tiempo suficiente como para poner de manifiesto tal evidencia. Creemos que la respuesta más reconfortante a esta pregunta proviene de la consideración de cómo están

preparados estos textos. Los matemáticos de colegios y universidades son las mejores autoridades hoy en día en lo referente a la clase de matemáticas que se necesita para estudiar ventajosamente las matemáticas superiores, y son ellos los que han ayudado a determinar el contenido de los nuevos programas.

6

SUMARIO

•Frank B. Allen*

La mejora en los programas de instrucción que ofrecen nuestras escuelas a los alumnos capaces de seguir estudios superiores depende de la cooperación entre los profesores universitarios, los maestros de escuela y los administradores escolares, quienes han hecho posible estas conferencias.

96

Los educadores eminentes en cada campo deben asumir gran parte de la responsabilidad de determinar la naturaleza de los cursos preparatorios para el colegio. Hasta hace poco tiempo, nuestros matemáticos han estado demasiado ocupados en inventar nuevas matemáticas para cumplir con sus obligaciones a este respecto. Ahora algunos de ellos, como sus colegas europeos, han producido material informativo útil para las series preparatorias para el colegio. Este material, escrito con la ayuda y consejo de los maestros en ejercicio, especialistas en aprendizaje, psicólogos y educadores matemáticos, delinean los modelos de razonamiento que caracterizan al pensamiento matemático. Ellos descifran, en términos adecuados para cada nivel, algunas de las consecuencias del crecimiento explosivo y de la multiplicidad de aplicaciones de las matemáticas del siglo veinte.

Estos nuevos textos pueden utilizarse para proporcionar una mejor base para el estudio de las matemáticas superiores, relevando así a los colegios de la pesada carga de remendar la instrucción y permitiendo a los estudiantes aprender más matemáticas durante su estadía en el colegio. Para muchos estudiantes esto significa el alcance de los niveles más altos de preparación matemática que son hoy día necesarios para el estudio eficaz de la ciencia, la ingeniería y otros temas. Para unos pocos estudiantes esto implica un acceso más temprano a las fronteras del pensamiento matemático y carreras más largas como matemáticos creadores. Esto es importante ya que los matemáticos son hoy escasos, y los matemáticos como los pilotos de avión a retropropulsión, alcanzan su máxima eficiencia en su juventud.

*El Sr. Allen es Jefe del Departamento de Matemáticas en Lyons Township High School and Junior College, La Grange, Illinois.

Los nuevos programas de matemáticas escolares servirán para aumentar la dotación nacional de técnicos, ingenieros y científicos. Ayudarán también en cierta medida a tender un puente sobre el abismo que actualmente existe entre la instrucción matemática y las fronteras cada vez más lejanas de las matemáticas y demás ciencias. En verdad se trata de prototipos de programas que deben establecerse en todos los campos (y que ya se están estableciendo en las demás ciencias) si se desea que los integrantes de la generación siguiente tengan los conocimientos necesarios para manejar la complicada civilización que heredarán.

El papel de los maestros con respecto al nuevo programa de matemáticas es bien claro. Debemos ser los guardianes de todo lo que es bueno en los programas tradicionales, los jueces de la claridad de exposición, los evaluadores de los nuevos conceptos desde el punto de vista de su valor pedagógico y, lo más importante de todo, ser los operarios que transforman la teoría en acción en el salón de clases. No debemos dejar de criticar las exposiciones que parecen defectuosas o los textos que parezcan inadecuados, pues es sólo mediante esta crítica constructiva que se puede mejorar las exposiciones y los textos.

Al mismo tiempo debemos reconocer las limitaciones de nuestro papel. No es la función de un maestro ni de ninguna organización de maestros determinar sin ayuda lo que debe enseñarse en las escuelas. Debemos mostrar el mismo aprecio por las nuevas ideas matemáticas que deseáramos tuvieran los matemáticos por la buena enseñanza. Debemos, en todo momento, asumir la misma actitud positiva que esperamos asuman nuestros alumnos. Debemos recordar que nuestra decisión respecto a las cualidades pedagógicas encierra factores subjetivos. Algunos conceptos que parecen a primera vista imposibles de enseñar resultan apropiados para el estudio en las escuelas secundarias, tras un análisis más detenido. La calidad de enseñable de un concepto depende tanto de la preparación y habilidad de los alumnos y maestros como de la dificultad inherente al concepto.

En los nuevos programas encontramos a menudo que las ideas familiares tienen una apariencia extraña debida al simbolismo nuevo. Necesitamos tener la seguridad de que este nuevo simbolismo no se usa únicamente porque es moderno, sino más bien para transmitir tanto las ideas antiguas como las modernas tan exacta y suscintamente como sea posible. Nuestros conferencistas nos han dado tal seguridad con una elocuencia que brota de la convicción. Así asegurados, podemos proceder a la presentación adecuada de estas nuevas expresiones matemáticas. Estas no son sustitutos del pensamiento. No son un conjunto de

símbolos cuya manipulación conduce milagrosamente a conclusiones válidas. Presentarlas así sería un mero reemplazo de una clase de símbolos sin sentido por otra. Por el contrario, debemos presentarlas como un nuevo lenguaje que facilita el pensamiento permitiéndonos expresar ideas abstractas con gran claridad.

No hay duda de que un maestro gana una posición decorosa en su escuela y en su comunidad cuando demuestra habilidad para enseñar las nuevas matemáticas. Más importante que este reconocimiento renovado de la calidad docente del maestro, sin embargo, es la profunda satisfacción del maestro que sabe que hace mejor el dictado de sus cursos.

El administrador de la escuela es el funcionario que debe proveer la comprensión y dirección administrativa necesarias para el éxito de los programas mejorados que ahora existen en varias materias. El está en mejor posición que el especialista en una materia para tener una vista panorámica del conjunto.

98 En la preparación de estas conferencias hemos consultado a algunos administradores progresistas de escuelas. Algunos de ellos consideran la campaña para mejorar las matemáticas escolares como parte de una campaña en escala nacional para lograr el perfeccionamiento de la enseñanza. Algunos la han considerado como evidencia de que nuestras escuelas tienen un nuevo sentido de la misión que logra sus fines con un alto nivel académico. Muchos administradores se han sentido estimulados por el hecho de que todos los programas mejorados de matemáticas, aunque destinados para alumnos capaces de seguir estudios universitarios, ofrecen muchos caminos para mejorar la instrucción de los alumnos con menos talento matemático. Ellos reconocen la necesidad urgente de mejorar, pero no consideran esta campaña solamente como un programa de emergencia justificado por la actitud amenazante de nuestros enemigos en potencia, y cuyo único propósito es producir científicos para servir, como las armas nucleares, como instrumento de supervivencia nacional. En vez de eso, lo consideran como un programa de mejoramiento de gran envergadura que trata de preparar gente que no sólo es más competente en ciencia y tecnología, sino que también está mejor capacitada para afrontar las responsabilidades de la ciudadanía en una sociedad libre.

En los últimos meses han aparecido muchos indicios alentadores de que los matemáticos, maestros y administradores de escuelas alcanzan día a día una mejor comprensión del papel que cada grupo debe desempeñar en el esfuerzo coordinador para mejorar las matemáticas. Esperamos que la presente publicación contribuya a la eficacia de ese esfuerzo.

A P E N D I C E

FUENTES DE INFORMACION Y TEXTOS

Commission on Mathematics
College Entrance Examination Board
425 West 117th Street
New York 27, New York

Para solicitar copias del informe:

Commission on Mathematics
College Entrance Examination Board
c/o Educational Testing Service
Princeton, New Jersey

School Mathematics Study Group
Director: E.G. Begle
Stanford University
Stanford, California

Para adquirir textos y comentarios para el maestro:

99

Yale University Press
School Mathematics Study Group
92A Yale Station
New Haven, Connecticut

Para adquirir otras publicaciones del SMSG:

School Mathematics Study Group
Box 2029 Yale Station
New Haven, Connecticut

University of Illinois Committee on School Mathematics
Director: Max Beberman
1208 West Springfield Street
Urbana, Illinois

Secondary School Curriculum Committee
National Council of Teachers of Mathematics
Presidente: Frank B. Allen
1201 Sixteenth Street, N. W.
Washington 6, D. C.

University of Maryland Mathematics Project
Director: John R. Mayor
College of Education
University of Maryland
College Park, Maryland

Ball State Teachers College Experimental Mathematics Program
Director: Charles Brumfiel
Ball State Teachers College
Muncie, Indiana

Boston College Mathematics Institute
Director: Rev. Stanley Bezuska, S. J.
Boston College
Chestnut Hill 67, Massachusetts

Developmental Project in Secondary Mathematics
Directores: Morton R. Kenner y Dwain E. Small
Southern Illinois University
Carbondale, Illinois

Minnesota National Laboratory for the Improvement of Secondary
School Mathematics
Director: P. C. Rosenbloom
Department of Education
301 State Office Building
St. Paul, Minnesota

100

Report on the Place of Science and Mathematics in the Compre-
hensive Secondary School Program
National Association of Secondary School Principals
(Boletín de setiembre de 1958)
1201 Sixteenth Street, N. W.
Washington 6, D. C.

Committee on the Undergraduate Program in Mathematics
Mathematical Association of America
University of Buffalo
Buffalo 14, New York

ó al:

Prof. R. C. Buck
Mathematics Department
University of Wisconsin
Madison, Wisconsin